COPPE/UFRJ

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO NA DETERMINAÇÃO DAS AMPLITUDES DE REFLEXÃO EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE INCIDÊNCIA

Josias José da Silva

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Luiz Landau

Rio de Janeiro
Março de 2009

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO NA DETERMINAÇÃO DAS AMPLITUDES DE REFLEXÃO EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE INCIDÊNCIA

Josias José da Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

_____
Prof. Luiz Landau, D.Sc.

_____
Prof. Webe João Mansur, Ph.D.

_____
Prof. Antonio Abel González Carrasquilla, D.Sc.

_____
Prof. Marco Antonio Barsottelli Botelho, D.Sc.

_____
Dr. Cleberson Dors, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MARÇO DE 2009

Silva, Josias José da

Migração Reversa no Tempo na Determinação das Amplitudes de Reflexão em Função do Ângulo de Incidência / Josias José da Silva. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

IX, 194 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Luiz Landau

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2009.

Referencias Bibliográficas: p. 152-160.

1. Migração Reversa no Tempo. 2. Refletividade. 3. Técnica CFP. I. Landau, Luiz. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Titulo.

"Às três mulheres mais importantes da minha vida:
Lucimar, Gabriella e Luanna"

"Adquire a sabedoria, adquire a inteligência
e não te esqueças nem te apartes das palavras da minha boca.
Não desampares a sabedoria, e ela te guardará; ama-a, e ela te conservará."
Provérbios de Salomão

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao coordenador Dr. Luiz Landau e todo corpo técnico-administrativo dos laboratórios LAMCE e LAB2M da COPPE/UFRJ pela oportunidade da realização deste projeto.

Agradeço ao meu orientador Dr. Djalma M. Soares Filho pelo seu incansável esforço no desenvolvimento da pesquisa científica e pela sua brilhante dedicação na orientação deste trabalho, que mesmo não podendo estar presente na defesa, se mostrou sempre perto com sua preocupação e orientação constantes.

Agradeço ao geofísico André Bulcão por suas revisões e importantes sugestões neste trabalho.

Agradeço aos geofísicos Luiz Alberto, Márcio Araújo, Patrícia Ferreira e Ana Paula pelas discussões e contribuições neste trabalho.

Aos examinadores da banca por suas importantes correções, revisões e contribuições para a elaboração do documento final.

Enfim, agradeço a todos os amigos que com certeza, sem eles, a caminhada seria muito mais árdua.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO NA DETERMINAÇÃO DAS AMPLITUDES DE REFLEXÃO EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE INCIDÊNCIA

Josias José da Silva

Março/2009

Orientador: Luiz Landau

Programa: Engenharia Civil

Um dos principais objetivos do imageamento sísmico é a geração de mapas da função refletividade da Terra, com os quais podem-se inferir informações sobre as propriedades físicas das rochas nas suas localizações. A quantidade de energia que é refletida em uma interface depende do ângulo do campo de ondas incidente, denominada função AVA (*Amplitude versus Angle*). Na metodologia proposta nesta tese, os dados sísmicos registrados em superfície são extrapolados para um datum logo acima da região de interesse exploratório (definida por interpretes). Esta redatumação é realizada por uma generalização do conceito de Migração Reversa no Tempo, no qual famílias "common focus point" são extrapoladas. Os operadores de síntese e as extrapolações dos campos direto e reverso são realizados por soluções das equações completa da onda acústica e elástica por diferenças finitas. Assumiu-se a pré-existência de um macro-modelo de velocidades e densidades, determinado num processo de inversão realizado para o imageamento em profundidade tradicional. Foi proposta uma nova condição de imagem baseada na soma dos módulos das amplitudes em torno da amplitude máxima. Como resultado da aplicação desta metodologia, foram obtidos gráficos da função AVA, ou seja, a amplitude do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência, corrigida dos fatores de propagação (especificamente, divergência esférica, transmissões e conversões). Assim, têm-se dados de entrada mais confiáveis nas inversões locais para obtenção dos parâmetros petrofísicos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

REVERSE TIME MIGRATION IN THE

AMPLITUDE-VERSUS-ANGLE DETERMINATION

Josias José da Silva

March/2009

Advisor: Luiz Landau

Department: Civil Engineering

One of the main objectives of seismic imaging is to generate maps of the Earth's reflectivity function, which can be inferred about the physical properties of rocks in their locations. The amount of energy that is reflected on an interface depends on the incident's wave field angle, called AVA (Amplitude vs. Angle) function. In the methodology proposed in this Thesis, the seismic data recorded on the surface is extrapolated to a region just above the datum of the exploratory interest (defined by interpreters). This redatum is achieved by a generalization of the concept of reverse time migration in which common focus point gathers are extrapolated. The synthesis' operators and extrapolations of the direct and reverse fields are made for solutions of acoustic and elastic complete wave equations by finite differences method. It was assumed the pre-existence of a macro-model of speed and density, determined in a process of inversion performed for traditional seismic depth imaging. It was proposed a new imaging condition based on the sum of modules of amplitudes around the wavelet maximum amplitude. As a result of this methodology, we have obtained graphs of reflectivity, i.e., amplitude based on incidence's angle, corrected from effects of propagation (specifically, spherical divergence, transmission and conversion). To conclude, it is possible to have more reliable input data for local inversion in order to obtain the petrophysical parameters.

Índice

Página de Assinaturas ii

Ficha Catalográfica iii

Dedicatória iv

Agradecimentos v

Resumo vi

Abstract vii

1 - INTRODUÇÃO 1

1.1 Conteúdo da Tese 11

2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS 13

2.1 Migração Reversa no Tempo Tradicional 14

2.2 Migração Reversa no Tempo Orientada ao Alvo Exploratório 18

2.3 O Conceito de Família *Common Focus Point*. 22

2.4 Teoria dos Coeficientes de Reflexão 24

2.5 Domínio *Tau-P* 33

3 - A FUNÇÃO REFLETIVIDADE ATRAVÉS DA MRT: Metodologia

Proposta e Formulação 37

3.1 Relação entre Ângulo e *Offset* 39

3.2 Caso Acústico 45

3.2.1 Metodologia. 45

3.2.2 Formulação 46

3.3 Caso Elástico 55

3.3.1 Metodologia 56

3.3.2 Formulação 59

4 - APLICAÇÕES E RESULTADOS 70

4.1 Introdução 70

4.2 Caso Acústico 2-D 71

4.2.1 Modelo simples 72

4.2.2 Modelo Complexo 83

4.3 Caso Acústico 3-D 99

4.4 Caso Elástico 2-D 113

4.4.1 Modelo Simples 114

4.4.2 Modelo Complexo 126

5 - CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS 148

REFERÊNCIAS 152

APÊNDICES:

A – Modelagem Acústica 161

B – Modelagem Elástica 178

Capítulo 1

Introdução

A demanda contínua e crescente por energia de baixo custo associada a disponibilidade de recursos de hidrocarbonetos coloca o petróleo ainda como uma importante fonte não-renovável da matriz energética mundial para as próximas décadas do século XXI. Para atender o suprimento dessa fonte energética para a sociedade, as empresas se dedicam à exploração como um primeiro passo para manter o ciclo de geração de jazidas. Trata-se de uma atividade estratégica da cadeia produtiva do petróleo composta por uma seqüência complexa de etapas e de processos decisórios, envolvendo investimentos e riscos bastante elevados e de longa maturação, na expectativa de descobertas de volumes de petróleo crescentes.

O ambiente de águas ultraprofundas é uma tendência que se manifesta não somente no Brasil, mas em diversas zonas produtoras, principalmente nas regiões fora do Golfo Pérsico. Para enfrentar as restrições exploratórias nesses ambientes e nas demais regiões, tais como, abaixo de grandes camadas de sal, a inovação tecnológica vem desempenhando um papel de grande importância na redução das incertezas tanto nas fases de

exploração como de produção de petróleo, incrementando as probabilidades de sucesso e viabilizando economicamente a exploração de novas jazidas.

O avanço tecnológico obtido ao longo de décadas tem contribuído para melhorar a qualidade dos dados sísmicos, transformando-os em uma fonte de informação cada vez mais precisa (Coelho, 2005 [5]). Um dos grandes avanços no aumento do sucesso exploratório refere-se à utilização da tecnologia sísmica tridimensional, principalmente na identificação da forma e do tamanho dos corpos que constituem os reservatórios. O uso de imagens tridimensionais também promove uma interpretação mais rápida e segura, tanto da geometria externa, quanto da arquitetura interna dos reservatórios (Russo et al, 2004 [15]).

Além da sísmica 3-D, para um bom entendimento da geologia da Terra, é necessária a integração de diferentes tipos de dados. No entanto, alguns dos métodos geofísicos de investigação de maior sucesso são baseados em dados sísmicos. O método sísmico pode ser usado para criar imagens através de ondas refletidas nas descontinuidades das propriedades das rochas em subsuperfície (Sava, 2004 [14]).

A busca por técnicas e metodologias que retirem dos dados sísmicos informações cada vez mais precisas das litologias e dos posicionamentos corretos dos refletores, melhorando assim a resolução da imagem em profundidade, tem sido o combustível das inovações tecnológicas em todas as etapas do processo exploratório. Tanto na aquisição e processamento quanto na interpretação dos dados sísmicos, estas inovações tem trazido um melhor entendimento das estruturas em subsuperfície, principalmente em se tratando de regiões com alta complexidade geológica. É possível citar como exemplos de inovação:

1. Na aquisição:

- Sísmica HD 3-D (sísmica tridimensional de alta resolução);

- *Wide azimute* (aquisição sísmica com grandes afastamentos entre fonte e receptores);

- Sísmica 4-D;

- Sísmica multi-componente;

- OBC (*Ocean Botton Cable*);

- Tomografia, sísmica interpoços, VSP, RVSP;

- *Blended acquisition* (Berkhout et al., 2008 [52]).

2. No Processamento:

- Migração Pré-empilhamento em profundidade;

- Imageamento controlado (*Areal-shot*, CFP, etc);

- Inversão sísmica;

- *Clusters* de computadores;

- *Waveform inversion* (Kim et al., 2008 [53]).

3. Na interpretação:

- Integração de vários tipos de dados em *workstation*;

- Mineração de dados;

- Ambientes de imersão;

- *Cognitive Vision Seismic Interpretation* (Verney et al., 2008 [54]).

Os ganhos obtidos com a evolução tecnológica na aquisição dos dados provenientes de levantamentos sísmicos têm sido publicados por vários autores (Nestvold, 1992 [2]; Aylor, 1995 [3] e Greenlee et al 1994 [4]). No entanto, esses benefícios apenas são obtidos quando os dados sísmicos são em quantidades suficiente e atingem um adequado grau de qualidade. Segundo Yilmaz (2001) [1], a qualidade da informação sísmica depende principalmente da parametrização do levantamento, das condições de superfície, do meio ambiente e das técnicas de processamento.

Os alvos exploratórios abaixo de espessas camadas de sal são exemplos de ambientes geológicos complexos que requerem o uso de metodologias de imageamento inovadoras que possam trazer melhorias na qualidade da imagem e, consequentemente, melhor definição das camadas em subsuperfície. A migração tipo Kircchoff, comumente usada na indústria por sua extrema flexibilidade de aplicação e por produzir uma imagem de boa qualidade a um baixo custo computacional (Nolan e Symes, 1996 [55]; Zhu e Lines, 1998 [56]), não apresenta bons resultados neste tipo de ambiente. Migração tipo Kirchhoff é a designação dada aos métodos de migração baseados na solução integral da equação da onda. Esses métodos geralmente utilizam os tempos de trânsito e as amplitudes dos eventos sísmicos calculados a partir da teoria assintótica do raio e, portanto, em ambientes complexos, como intrusões salinas, estes raios divergem e não se consegue calcular corretamente os tempos em torno do corpo de sal devido aos altos contrastes de velocidades.

Uma melhoria neste processo foi obtida utilizando-se técnicas de migração tipo *Phase-Shift* (Gazdag, 1978 [48]), PSPI - *phase shift plus interpolation* - (Gazdag e Sguazzero, 1984 [49]) e *Split-Step (*Freire, 1988 [50] e Stoffa et al., 1990 [51]), que são baseadas na equação *one-way* (unidirecional) da onda. Estes operadores trabalham bem

com altos contrastes de impedância, no entanto, não conseguem imagear as ondas retornantes (*turning waves*) que são, em geral, aquelas associadas às reflexões nos flancos salinos. Desta forma, não se obtém uma definição clara da imagem nesta região (Figueiredo et al, 2007 [39]).

Atualmente, o estado da arte no imageamento sísmico está no uso da equação completa da onda em algoritmos de migração em profundidade orientados ao alvo utilizando modelos de velocidades oriundos da tomografia de reflexão sísmica, que utiliza os tempos de trânsitos (*traveltime*) em algoritmos de inversões sísmica.

A Migração Reversa no Tempo (ou do inglês, *reverse time migration*) é uma técnica de migração em profundidade baseada na equação completa da onda e, por isso, é capaz de construir uma imagem utilizando todos os possíveis modos de ondas com múltiplas chegadas. Desta forma, é capaz de fazer uso de energias que possivelmente seriam descartadas ou vistas como ruídos por outros métodos de imageamento. Ela se apresenta como a técnica mais indicada não somente em ambientes que envolvem tectônica salina, mas também naqueles com grande variação lateral de velocidade e camadas com alto grau de mergulho (Boechat, 2007 [7]). Entretanto, utilizando metodologias tradicionais de migração pré-empilhamento, onde cada registro de tiro comum é migrado separadamente, sua aplicabilidade diante dos grandes volumes de dados de um levantamento sísmico 3-D torna-se impraticável devido ao alto custo computacional.

A fim de tornar factível a aplicação da Migração Reversa no Tempo ante aos recursos computacionais existentes, alguns autores propuseram o esquema de registro de múltiplas fontes - ou *Areal Shot Gather* - (Berkhout, 1992 [27]; Zhang et al., 2003 [30]), onde todos os registros de tiro comum são combinados em um supersismograma e, então,

migrado uma única vez.

As técnicas modernas de imageamento controlado permitem que ondas planas sejam sintetizadas em qualquer parte do modelo e não somente na superfície. Além disso, não apenas ondas planas, mas outras formas de frente de ondas podem ser sintetizadas dentro do modelo, inclusive com a forma do reservatório que se deseja iluminar (Rietveld et al., 1992 [28] e Rietveld 1995 [29]). Estas técnicas também foram testadas em dados tridimensionais marítimos por Zhang et al., 2003 [30] e 2006 [31]. Nestas proposições os autores utilizaram equações unidirecionais para sintetizar ondas planas no domínio da frequência. Em 2007, Boechat ([7]) propôs um esquema de síntese de frentes de onda baseado na equação completa da onda no domínio do tempo, discretizada pela técnica de diferenças finitas. Nesta proposição, são definidos horizontes *Zm* (x,y,z) nas proximidades da região de interesse de imageamento, sobre os quais são colocadas fontes pontuais que são detonadas simultaneamente de modo a gerar frentes de ondas que são extrapoladas pela equação completa da onda até a superfície de observação. Este registro dará origem ao operador de síntese. A convolução deste operador com os sismogramas de campo dará origem à família de múltiplas fontes. Para propagação reversa no tempo dos dados da família de múltiplas fontes faz-se uso de um macro-modelo de velocidade obtido a partir da combinação de técnicas de migração e tomografia sísmica (Soares Filho, 1994 [32]; Farra e Madariaga, 1988 [33]). Com o uso desta técnica é possível obter resultados bastante expressivos em termos de qualidade de imagem com apenas algumas famílias de múltiplas fontes ao invés de centenas, ou até milhares, de migrações pré-empilhamento necessárias no processamento convencional.

Um caso particular da técnica *Areal Shot Records* é o conceito de família *Common*

Focus Point (Berkhout, 1997 - Parte I [42] e Parte II [43]), ou simplesmente família CFP. A técnica CFP tem se mostrado bastante útil no sentido de minimizar ou reduzir a influência das estruturas geológicas que estão acima das regiões de interesse exploratótio. O objetivo, neste caso, é de levar os dados sísmicos da superfície para um ponto focal numa profundidade estrategicamente escolhida. Desta forma é possível obter um registro sísmico na profundidade do ponto focal, reduzindo a influência das reflexões associadas à geologia que está acima deste ponto. Este processo é feito a partir da extrapolação direta do campo de onda gerado por uma fonte posicionada no ponto focal em profundidade. O registro na superfície deste campo é usado para a geração do operador CFP. A família CFP é gerada pela convolução do operador CFP com os sismogramas de superfície. A extrapolação reversa da família CFP realiza a redatumação dos dados para a profundidade escolhida.

A técnica CFP desempenha um papel importante na determinação da função refletividade dentro da metodologia proposta nesta tese. No entanto, o objetivo do uso desta técnica é o de extrapolar os dados sísmicos para um ponto próximo à profundidade do refletor o qual deseja-se obter a variação da refletividade com o ângulo de incidência. Este mesmo conceito tem sido utilizado por Berkhout, 1992 [27], Thorbecke, 1997 [40] e Winthaegen, 1998 [41] para o imageamento em tempo. Estes encontram os operadores e famílias CFP e as redatumam em tempo, não usando macro-modelos de velocidade que, em suas opiniões, deverão ser encontrados em uma etapa posterior, sendo os operadores de síntese usados como dados de entrada para tomografia envolvendode famílias CFP. Fato este que os limitam a modelos sem grandes variações laterais de impedância acústica, não sendo indicado em situações geológicas que apresentem altas complexidades estruturais.

Um dos principais objetivos do imageamento sísmico é a geração de mapas da função refletividade da Terra, com os quais podem-se inferir informações sobre as propriedades físicas das rochas nas suas localizações. A característica mais importante do processo de reflexão é sua dependência com o ângulo, ou seja, a quantidade de energia que é refletida em uma interface depende do ângulo de incidência do campo de ondas com relação a normal do refletor, a qual é denominada função AVA (*Amplitude versus Angle*). Em geral, a determinação das propriedades da reflexão relativas ao ângulo é um importante objetivo dentro do processo de migração (de Bruin, 1992 [19]). No entanto, na prática, ao invés de se realizar inversões para a determinação de parâmetros petrofísicos nas interfaces que separam diferentes litologias usando a função AVA, o que se faz é desprezar toda a estrutura superior (*overburden*) e usar como dado de entrada a função AVO (*Amplitude Versus Offset*). Em meios suaves que não apresentam variações laterais de impedância, usar AVO ou AVA não faz muita diferença; pois de certa forma *offset* e ângulo de incidência estão relacionados. Contudo, em meios que apresentam altas complexidades estruturais acima ou no entorno dos objetivos, AVO e AVA não possuem uma relação simples. É importante ressaltar que os dados de entrada para as Equações de Zoeppritz (Zoeppritz, 1919 apud Castagna e Backus, 1993 [17]) são o AVA e não o AVO. Nesta tese, o autor propõe uma metodologia para encontrar essa função, corrigindo os efeitos de propagação (especificamente, divergência esférica, transmissão e conversões de ondas) através da generalização do conceito de Migração Reversa no Tempo e com isso fornecendo dados de entrada mais precisos para inversões locais de parâmetros petrofísicos.

No esquema proposto nesta tese, as extrapolações são feitas com o uso da equação

completa da onda a qual não está limitada a nenhuma complexidade geológica, tais como as encontradas em algumas bacias sedimentares, como domos e/ou camadas de sal (bacias costeiras brasileiras, por exemplo), soleiras de diabásio (Bacia do Solimões) ou estruturas compressivas com falhas de altos mergulhos (bacias sub-andinas), etc. As redatumações são feitas em profundidade utilizando a migração reversa no tempo, ou seja, assumi-se o conhecimento da estrutura geológica, o que diante das técnicas de processamento e inversões atuais é bastante razoável, pois o que se necessita são as informações do macro-modelo de velocidades e não os seus detalhes. Assim, após a aplicação da transformada $\tau - p$ sobre os dados das famílias CFP's redatumados é possível obter a função refletividade numa interface em profundidade conhecida (já estruturalmente interpretada) a qual pode ser plano-horizontal ou não.

Ao usar extrapolações por soluções da equação da onda (sem aproximações de Born ou assintóticas), a metodologia desta tese se propõe a determinar a função refletividade em torno ou abaixo de estruturas complexas. Outro fato relevante aqui apresentado é que a generalização do conceito de migração reversa no tempo se aplica tanto para dados acústicos como dados elásticos, isotrópicos e anisotrópicos 3-D.

A Figura 1.1 apresenta um esquema simplificado da extrapolação reversa dos dados da família CFP para um ponto focal acima do refletor de interesse (zm). O registro das reflexões após o colapso da energia no ponto focal carrega informações das dependências das amplitudes do campo refletido com o ângulo de incidência. Desta forma, foi ampliado o conceito de condição de imagem para obtenção das matrizes de tempo de trânsito baseada na amplitude máxima proposta por pioneiros como Botelho e Stoffa (1988) [47] e Loewenthal e Hu (1991) [45], onde apenas um único valor de amplitude é considerado

para a aplicação da condição de imagem de tempo de excitação (Chattopadhyay and McMechan, 2008 [57]). Nesta tese o autor propõe um novo entendimento da amplitude do campo de ondas em cada posição e, através da metodologia proposta, mostra que esta amplitude pode ser decomposta em vários valores que possuem uma relação com o ângulo do campo incidente neste ponto.

Além da condição de imagem baseada na amplitude máxima, o autor propõe uma condição baseada na soma dos módulos das amplitudes dentro da *wavelet* que compõe os campos incidentes e refletidos. Esta condição baseia-se no campo dentro de uma janela temporal limitada pela largura do pulso sísmico.

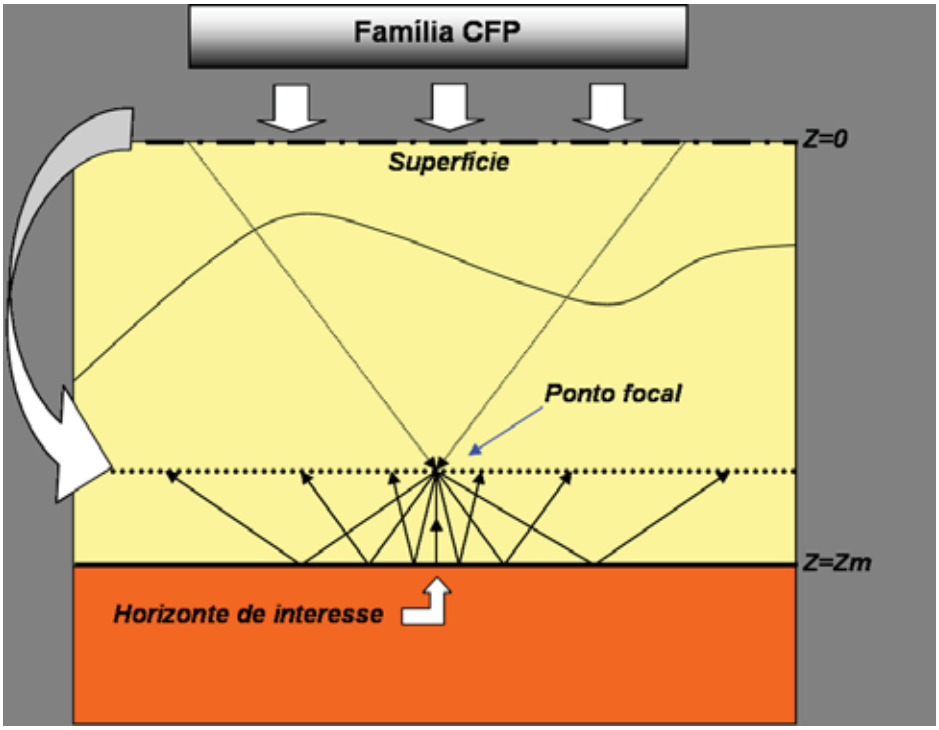


Figura 1.1: Esquema simplificado da redatumação dos dados de superfície para a profundidade do ponto focal . O objetivo é colocar o campo refletido próximo do refletor de interesse.

Os resultados obtidos enfatizam a importância do uso da migração reversa no

tempo orientada ao alvo exploratório na obtenção da amplitude correta do campo de onda próximo ao refletor em estudo. Foi possível, através da metodologia proposta, a obtenção de curvas de variação da refletividade com o ângulo de incidência (AVA) muito próximas às curvas teóricas, tanto para os casos acústicos 2- e 3-D, quanto para o caso elástico 2-D, mesmo abaixo de estruturas geológicas complexas onde o AVO e AVA não se relacionam linearmente.

1.1 Conteúdo da Tese

No Capítulo 2 serão apresentados os fundamentos teóricos, isto é, o conjunto de técnicas necessárias para a fundamentação da metodologia proposta nesta tese. Serão apresentados os principais conceitos inerentes à migração reversa no tempo convencional e orientada ao alvo exploratório. Será também discutido o conceito da técnica *common fucus point* como uma particularização do método *areal shot records*. Os coeficientes de reflexão acústicos e elásticos, assim como o domínio $\tau - p$, também serão apresentados neste capítulo.

As formulações matemáticas para o embasamento da metodologia proposta serão apresentadas no Capítulo 3. Os fluxogramas para os casos acústicos e elásticos estão presentes neste capítulo.

No Capítulo 4 serão apresentados os resultados das aplicações da metodologia proposta para os casos acústicos (modelos simples 2-D, complexo 2- e 3-D) e elástico 2-D (modelos simples e complexo). Os resultados das curvas de AVA obtidos serão comparados com as curvas teóricas para cada caso.

As conclusões e comentários, bem como sugestões para trabalhos futuros, serão

apresentadas no Capítulo 5. Em seguida, as referências bibliográficas utilizadas nesta tese são apresentadas.

As formulações utilizadas para as modelagens acústica e elástica 3-D estão presentes nos Apêndices A e B, respectivamente.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

A essência do método de prospecção sísmica baseia-se na propagação e reflexão do campo de ondas gerado por uma fonte sísmica artificial, que se propaga a partir da superfície em direção à subsuperfície. Este campo, ao ser refletido nas interfaces das camadas geológicas, retorna em direção à superfície carregando informações das reflexões, as quais são registradas nos chamados sismogramas. Este registro contém essencialmente informações das reflexões do campo de ondas, distorcidas pelos efeitos da propagação. O maior esforço do processamento sísmico está na eliminação dos efeitos de propagação, objetivando-se posicionar corretamente a função refletividade do meio com verdadeiras amplitudes. Os efeitos da propagação são fortemente influenciados pelo macro-modelo de velocidades, enquanto que as reflexões são influenciadas pelos detalhes do modelo, isto é, as conformações das interfaces. Consequentemente, para que se possam eliminar os efeitos da propagação é fundamental que se tenha um bom macro-modelo de velocidades (Berkhout, 1990 [26]).

Neste capítulo estão dispostos os fundamentos teóricos necessários para a montagem da metodologia proposta nesta tese que, basicamente, utiliza os conceitos do ima-

geamento sísmico orientado ao alvo exploratório para extração das curvas de variação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência. Portanto, serão discutidos abaixo os fundamentos da migração reversa no tempo convencional e orientada ao alvo e em seguida a técnica CFP. As formulações matemáticas para estas técnicas serão apresentadas no capítulo seguinte, focando-se na metodologia proposta.

As aproximações para o cálculo dos coeficientes de reflexão acústicos e elásticos que serão usados como valores teóricos de comparação para cada caso também estão presentes neste capítulo. Como este trabalho lida diretamente com coeficientes de reflexão, optou-se por fazer um resumo das aproximações aplicadas aos mesmos desde as Equações de Zoeppritz.

Este capítulo finaliza com a apresentação do domínio $\tau - p$, necessário e fundamental para a identificação das variações de amplitude com o parâmetro do raio p, e consequentemente, com o ângulo de incidência.

2.1 Migração Reversa no Tempo Tradicional

A migração sísmica surge como uma sequência natural na etapa do processamento. Diversas técnicas de migração têm sido desenvolvidas e aplicadas aos mais diferentes tipos de ambientes geológicos. A migração tipo Kirchhoff por afastamento comum em profundidade tem sido o algoritmo mais utilizado na indústria do petróleo em virtude do seu baixo custo computacional em relação aos outros métodos existentes (Boechat, 2007 [7]). No entanto, este algoritmo não apresenta bons resultados em ambientes que envolvem altos contrastes de impedância ou altos mergulhos das camadas, uma vez que emprega-se

aproximação assintótica da teoria do raio (Clapp, 2005 [6]).

Inicialmente, a Migração Reversa no Tempo (MRT) foi implemetada utilizando dados empilhados (Baysal et al., 1983 [8], Loewhenthal e Mufti, 1983 [9], Levin, 1984 [10]) e posteriormente para dados pré-empilhados (Faria, 1986 [11], Chang e McMechan, 1986 [13], Loewhenthal e Hu, 1991 [12], Botelho e Stoffa, 1991 [46]). A migração pré-empilhamento em profundidade é realizada migrando-se cada tiro comum individualmente, sendo a imagem final obtida pelo empilhamento de todos os tiros migrados. O uso desta técnica associada ao método das diferenças finitas (MDF) empregando-se a equação completa da onda é o que tem apresentado melhores resultados quando se trata de ambientes com alta complexidade geológica (Boechat, 2007 [7]). No entanto, este método (MDF) em sua formulação básica exige uma estreita malha regular com 4 a 5 pontos por comprimento de onda para minimizar os efeitos da dispersão numérica (Apêndice A). Desta forma, o seu uso convencional resulta em um alto custo computacional, tornando-se quase que obrigatório o uso de estratégias de processamento paralelo, principalmente quando se trata de dados 3-D.

A Figura 2.1 apresenta o fluxograma da migração reversa no tempo de maneira convencional feita a partir do domínio do tiro ou receptor comum. De uma forma simplificada pode-se dizer que o método da migração reversa no tempo se resume a um problema de condição contorno associado a uma condição de imagem, onde a condição de contorno é o registro do campo de pressão feito na superfície pelos geofones ou hidrofones e, a condição de imagem pode ser formulada através de diversas técnicas, por exemplo, através do tempo de excitação máxima ou ainda, da correlação cruzada entre os campos

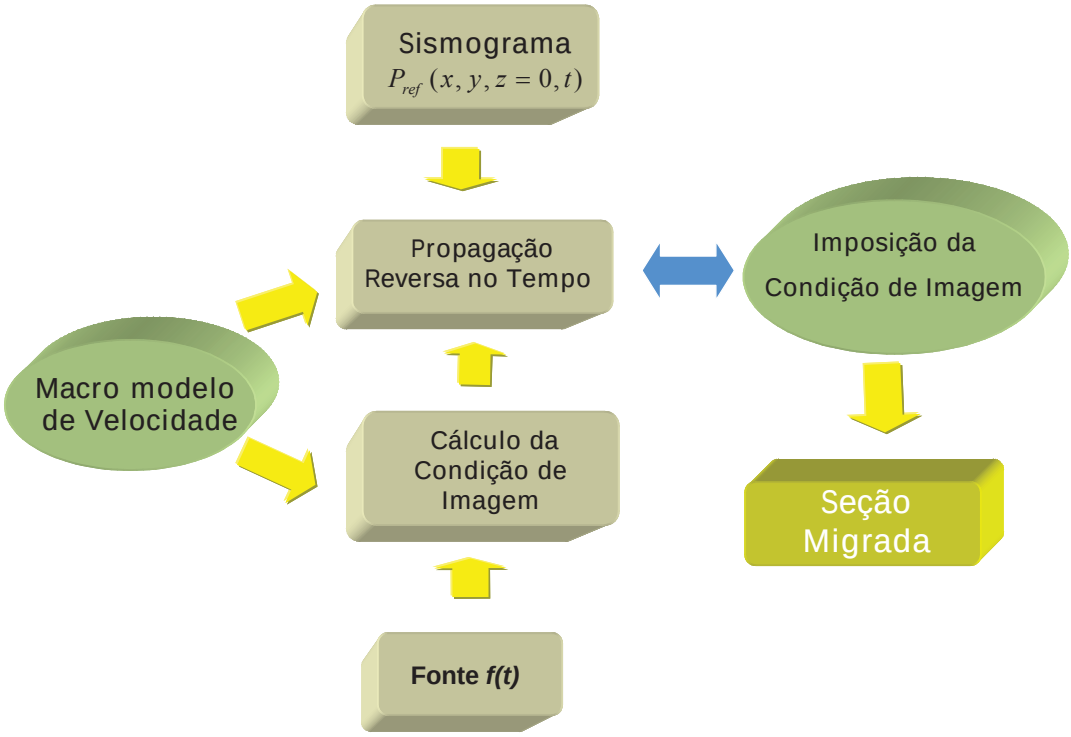


Figura 2.1: Fluxograma da migração reversa no tempo convencional.

ascendentes e descendentes (Bulcão, 2004 [37]).

O tempo de trânsito (*travel time*) utilizado na imposição da condição de imagem baseada no tempo da máxima excitação, por exemplo, é obtido através da modelagem direta utilizando a equação da onda completa (Equação 2.1), que para o caso acústico com densidade constante, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\nabla^2 u(x,y,z,t) - \frac{1}{V(x,y,z)^2}\frac{\partial^2 u(x,y,z,t)}{\partial t^2} = f(t)\delta(x-x_s)\delta(y-y_s)\delta(z-z_s), \qquad (2.1)$$

onde:

- $f(t)$ é a assinatura da fonte que foi utilizada na aquisição dos sismogramas;
- $(x_s, y_s, z_s = z_{obs})$ são as coordenadas da fonte na superfície de observação z_{obs}; e

- $u(x, y, z, t)$ representa o campo de pressão acústico nos pontos (x, y, z) e tempo t.

Durante a propagação direta do campo de onda da fonte, o tempo de trânsito é obtido considerando a amplitude máxima da frente de onda em cada posição do modelo. O tempo correspondente a esta amplitude é registrado em cada ponto da malha e é usado na imposição da condição de imagem no processo de Migração Reversa no Tempo.

Matematicamente, pode-se basear no princípio de Huygens, no princípio da reversibilidade temporal e no princípio da reciprocidade para dizer que o campo de ondas pode ser extrapolado de forma reversa no tempo, porém, ao invés de utilizar determinadas posições da malha como fonte geradora de sinal sísmico, são utilizadas as informações registradas nos receptores para gerar este sinal, conforme mostrado na Equação 2.2:

$$\nabla^2 u(x, y, z, t) - \frac{1}{V(x, y, z)^2} \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0, \tag{2.2}$$

com a seguinte condição de contorno na superfície de observação:

$$u(x_i, y_j, z = z_{obs}, t) = sis(x_i, y_j, z = z_{obs}, t), \tag{2.3}$$

em que, $sis(x_i, y_j, z = z_{obs}, t)$ representa o sismograma registrado na superfície de observação localizada nas coordenadas $(x_i, y_j, z = z_{obs})$. Portanto, durante o processo de migração cada receptor se comportará como uma fonte pontual re-injetando o campo de ondas registrado nos sismogramas do tempo final $(t = t_{final})$ até ao instante inicial $(t = 0)$. Durante este processo será feita a imposição da condição de imagem para cada passo de tempo, resultando na seção migrada em profundidade. Para um levantamento

sísmico com N_{sis} sismogramas, a imagem final será obtida com o empilhamento das N_{sis} seções migradas.

As mesmas características e conceitos empregados na modelagem sísmica utilizando o método das diferenças finitas, apresentadas no Apêndice A, são também utilizadas na migração, tais como, condições de contorno nas bordas laterais do modelo e camadas de amortecimento, assim como os critérios de controle de dispersão e instabilidade da malha.

2.2 Migração Reversa no Tempo Orientada ao Alvo Exploratório

O imageamento sísmico orientado ao alvo exploratório foi desenvolvido com o objetivo de minimizar os custos computacionais da migração pré-empilhamento em profundidade, tornando-a viável mesmo em se tratando de dados sísmicos tridimensionais. Na migração pré-empilhamento convencional os tiros são processados individualmente e a imagem final é obtida após o empilhamento de todos os resultados parciais, como apresentado na seção anterior. Desta maneira, o custo computacional para se processar os dados de um levantamento sísmico 3-D, empregando a MRT, se torna tão alto que inviabiliza o seu uso em larga escala na indústria. Diante disso, alguns autores como Berkhout, 1992 [27]; Rietveld et al., 1992 [28]; Zhang et al., 2003 [30], dentre outros, propuseram métodos para reduzir o custo computacional e tornar a aplicação da MRT em profundidade factível diante da premência exigida na indústria do petróleo.

Visando este objetivo, foi introduzido por Boechat, 2007 [7] um avanço na formulação da migração reversa no tempo 3-D orientada ao alvo exploratório baseada na equação completa da onda. Esta formulação tem por objetivo imagear parte específica da subsuperfície aplicando uma metodologia que combina os sismogramas registrados focalizando a energia nesta porção do modelo. Através do algoritmo de síntese de frentes de onda, famílias de múltiplas fontes e famílias de múltiplos tiros são obtidas na superfície de observação. As famílias de múltiplas fontes quando propagadas para o interior do modelo geram, nas proximidades da região de interesse de imageamento, frentes de onda de forma pré-definidas. O uso desta técnica torna viável computacionalmente a Migração Reversa no Tempo de dados sísmicos 3-D.

A vantagem principal desta técnica está na otimização do custo computacional da migração reversa no tempo, pois, apesar de usar a equação completa da onda, os registros de superfície podem ser migrados em um tempo muito reduzido, já que, após a convolução com o operador de síntese, os sismogramas são compostos e migrados todos de uma só vez. Um esquema simplificado para obtenção da seção migrada a partir desta técnica de imageamento controlado é apresentado na Figura 2.2.

Denotando por $sis(x, y, z_{obs}, t; f_n)$ o sismograma deconvolvido da assinatura da fonte relativo a detonação na posição $f_n(x, y, z)$, e $\gamma(x, y, z = z_{obs}, t)$ o operador de síntese dado pelo registro, na superfície de observação, da propagação ascendente do campo de ondas gerado ao longo de uma curva qualquer localizada nas proximidades da área de interesse, tem-se que a família de múltiplos tiros $SIS(x, y, z = z_{obs}, t)$, também denominado supersismograma, pode ser expressa pelo somatório das convoluções:

$$SIS(x, y, z = z_{obs}, t) = \sum_{j=1}^{N_{fy}} \sum_{i=1}^{N_{fx}} \gamma(x_i, y_j, z = z_{obs}, t) * sis(x, y, z = z_{obs}, t, x_i, y_j), \qquad (2.4)$$

onde, N_{fx} e N_{fy} representam o número de fontes nos eixos x e y, respectivamente. Este resultado será a condição de contorno, na superfície de observação, imposta durante a MRT, substituindo o único sismograma usado na migração convencional utilizando as Equações 2.2 e 2.3.

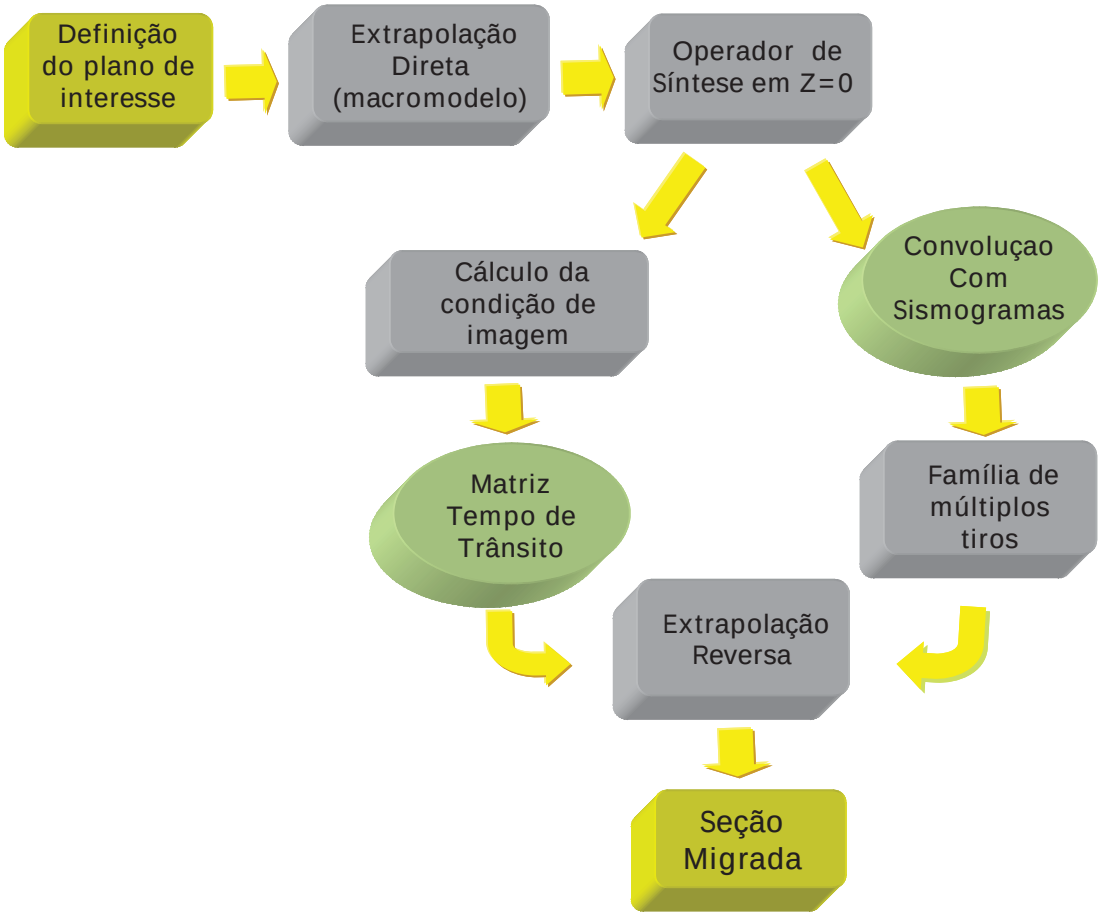


Figura 2.2: Fluxograma simplificado da migração reversa no tempo usando a síntese de frentes de onda.

A Migração Reversa no Tempo empregando a estratégia de composição de sismogramas é realizada segundo a metodologia:

1. Aplicação da deconvolução da assinatura da fonte sísmica nos sismogramas de campo $sis(x, y, z_{obs}, t; f)$, onde, $n = 1, ..., N_f$, denota a quantidade de fontes;

2. Escolha da superfície (S_i) próxima a região de interesse;

3. Geração do operador de síntese $\gamma(x, y, t; S_i)$ na superfície do modelo a partir da propagação direta com fontes distribuídas ao longo da superfície escolhida no passo anterior;

4. Convolução do operador de síntese com cada sismograma de campo seguido do empilhamento no domínio do receptor comum, conforme Equação 2.4, gerando o *supersismograma ou família de múltiplos tiros* para a inclinação escolhida;

5. Geração da matriz tempo de trânsito $TD(x, y, z)$ que será usada na imposição da condição de imagem para o processo de MRT. O tempo de trânsito é calculado através da propagação descendente do operador de síntese;

6. Geração da seção migrada $m(x, y, z; S_i)$ em profundidade através da extrapolação reversa da família de múltiplos tiros com a imposição da condição de imagem; e

7. Soma das migrações de cada família de múltiplas fontes geradas para cada operador de síntese (relativo a cada superfície S_i). Para várias famílias de múltiplas fontes, o resultado final da migração é dado por: $M(x, y, z) = \sum_{i=1}^{F} m(x, y, z; S_i)$, onde F denota o número de famílias de múltiplas fontes.

Esta metodologia foi formulada e extensamente discutida em Boechat, 2007 [7]. Um caso particular desta técnica será apresentado no **Capítulo 3** (Metodologia e Formulação) no qual será apresentada a formulação matemática específica para aplicação da metodologia proposta nesta tese.

2.3 O Conceito de Família "Common Focus Point"

Uma outra técnica de imageamento, a qual será dada uma nova interpretação dentro da metodologia proposta nesta tese, é a técnica CFP. A terminologia CFP provém do conceito de *Common Focus Point*, baseado no conceito introduzido por Berkhout (1997, Partes I e II [42] e [43]), sendo um caso particular da tecnologia de registro de múltiplas fontes (*Areal Shot Record*). A Tecnologia CFP proposta segundo a formulação de Berkhout foi desenvolvida em termos do algoritmo de migração baseado na integral de Kirchhoff e traçamento de raios (*ray tracing*). Nesta tese, no entanto, o registro no ponto focal foi formulado empregando-se a extrapolação bidirecional do campo de ondas por diferenças finitas obtida pela solução da equação completa da onda acústica/elástica, portanto, sem utilizar aproximações assintóticas.

A geração da família CFP pode ser empregada para redatumar os registros de superfície e, desta forma, minimizar os efeitos das reflexões geralmente associadas à complexidade estrutural da topografia do fundo oceânico ou das estruturas geológicas acima da região de interesse. Esta técnica é similar a que foi descrita na seção anterior. A diferença está na geração do operador de síntese, que não é mais gerado pela detonação de uma superfície próxima à região de interesse, e sim, pela detonação de apenas um ponto

próximo aos refletores que se desejam mapear. A família CFP é gerada após a convolução do operador de síntese CFP com os sismogramas de superfície.

A propagação reversa do campo de ondas da família CFP utilizando o macro-modelo de velocidades dará origem a um novo registro na profundidade de interesse. Este registro, denominado família CFP redatumada, será usado no processo de migração para geração da seção sísmica em profundidade.

A metodologia para realização da extrapolação do campo de onda utilizando a técnica CFP pode ser descrita como:

1. Deconvolução da assinatura da fonte sísmica dos sismogramas de campo $sis\ (x, y, z_{obs}, t; f)$, onde, $n = 1, ..., N_f$, é a quantidade de fontes;

2. Escolha do ponto ou área (Z_i) próxima a região de interesse que dará origem ao operador de síntese CFP $\gamma_i(t)$;

3. Geração do operador de síntese;

4. Convolução do operador de síntese com os sismogramas de campo conforme equação 2.4 gerando a família CFP para o ponto escolhido;

5. Propagação descendente da família CFP e registro de um novo sismograma no datum do ponto onde foi gerado o operador de síntese;

A re-interpretação da utilização desta técnica de redatumação dentro da metodologia proposta nesta tese, está no fato de que o objetivo, neste caso, é imagear um ponto específico sobre o refletor de interesse. Isto é, o que se deseja é o campo de ondas incidente e refletido no ponto sobre o refletor escolhido e não o campo abaixo deste.

2.4 Teoria dos Coeficientes de Reflexão

As expressões para coeficientes de reflexão de uma onda plana incidente foram desenvolvidas por Knott, 1899, Zoeppritz, 1919 e em Aki e Richards, 1980 (*apud* Castagna, 1993 [17]). Koefoed, 1955 [16] foi o primeiro a levantar a possibilidade de usar a variação da amplitude com o ângulo de incidência como um indicador da relação entre a velocidade da onda compressional e a velocidade da onda cisalhante (Vp/Vs). Ostrander, 1984 [18] demonstrou que o coeficiente de reflexão de um arenito com gás varia de forma anômala com o aumento do afastamento e mostrou como utilizar este comportamento anômalo como indicador direto de hidrocarbonetos em dados reais. Este trabalho popularizou a metodologia que ficou conhecida como análise da variação de amplitude com o afastamento.

A análise da variação de amplitude com o afastamento (AVO) e a análise da variação de amplitude com o ângulo de incidência (AVA) decorrem da relação teórica entre coeficiente de reflexão, ângulo de incidência e as variações na velocidade da onda compressional (Vp), velocidade da onda cisalhante (Vs) e densidade (ρ) em uma interface. Estas variações dependem das mudanças das propriedades das rochas. A compreensão da interrelação entre as propriedades sísmicas e as características físicas do meio tais como a litologia, porosidade e conteúdo de fluído nos poros das rochas é necessária para extração quantitativas de informações empregando as técnicas de AVO/AVA.

A quantidade de energia do campo de ondas incidente que reflete em uma interface entre duas camadas geológicas com diferentes parâmetros elásticos é regida por uma relação matemática chamada de coeficiente de reflexão. Estes coeficientes expressam a

divisão da energia da onda que ocorre no momento em que a mesma atinge a interface entre os meios.

Na teoria dos raios, os coeficientes de reflexão e transmissão governam as amplitudes do raio quando este reflete ou se transmite através de uma interface suave. Isto ocorre porque na vizinhança da interface esta se comporta como plano tangente e a frente de onda do raio incidente é aproximada como uma frente de onda plana (Vasquez, 1999 [20]).

O campo de onda refletido contém informações sobre as propriedades da dependência da refletividade em relação ao ângulo para determinado refletor a uma certa profundidade. Esta relação da amplitude do campo de onda refletido com o ângulo do campo incidente pode ser melhor entendida quando utilizamos um modelo simples de apenas duas camadas com uma interface horizontal entre elas.

Considerando-se dois meios elásticos semi-infinitos isotrópicos e homogêneos em contato através de uma interface plana, a suposição de uma onda plana incidente é válida quando a distância fonte-receptor é bem maior que o comprimento de onda e, é geralmente aceita para reflexões abaixo do ângulo crítico nas profundidades e frequências da aquisição sísmica (Castagna, 1993 [17]). A Figura 2.3 mostra que a reflexão em uma interface envolve partição de energia da onda compressional incidente (onda - P, *pressure wave*) em onda refletida compressional, onda transmitida compressional, refletida cisalhante (onda - S, *shear wave*) e transmitida cisalhante. A relação entre os ângulos das ondas incidente, refletidas e transmitidas é dada pela Lei de Snell:

$$p = \frac{sen\ \Theta_1}{V_{P1}} = \frac{sen\ \Theta_2}{V_{P2}} = \frac{sen\ \Phi_1}{V_{S1}} = \frac{sen\ \Phi_2}{V_{S2}} \tag{2.5}$$

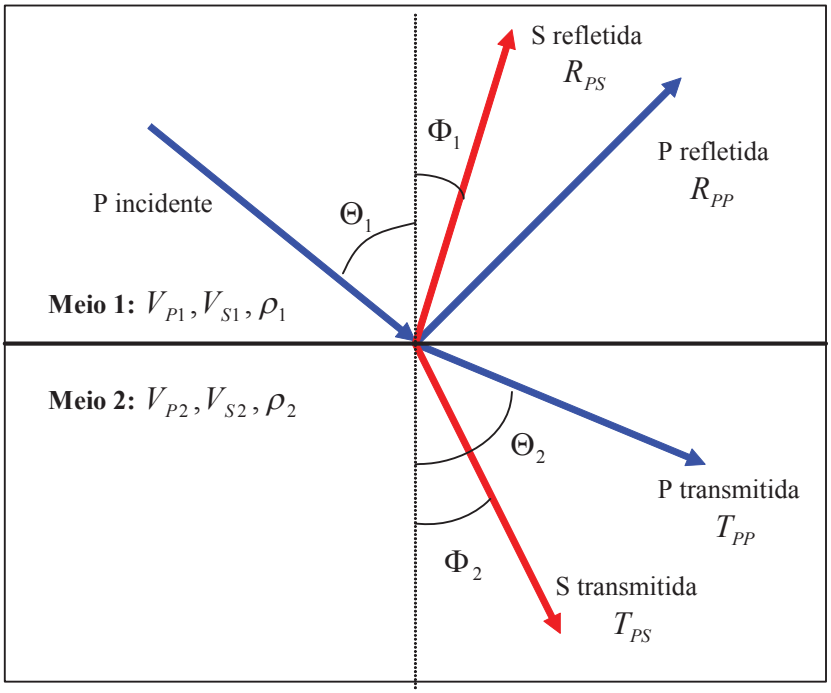


Figura 2.3: Relação entre reflexões e transmissões em uma interface entre dois meios elásticos para uma onda incidente compressional.

onde:

V_{P1} = Velocidade compressional (P) do meio 1

V_{P2} = Velocidade compressional (P) do meio 2

V_{S1} = Velocidade cisalhante (S) do meio 1

V_{S2} = Velocidade cisalhante (S) do meio 2

Θ_1 = Ângulo da onda compressional incidente

Θ_2 = Ângulo da onda compressional transmitida

Φ_1 = Ângulo da onda cisalhante refletida

Φ_2 = Ângulo da onda cisalhante transmitida

p = Parâmetro do raio

O coeficiente de reflexão compressional em função do ângulo de incidência $R_{PP}(\Theta_1)$

é definido como a razão entre as amplitudes da onda P refletida pela onda incidente. Da mesma forma, o coeficiente de transmissão da onda P $T_{PP}(\Theta_1)$ é a razão entre as amplitudes da onda P transmitida e a P incidente. De modo análogo para as ondas cisalhantes (S), o coeficiente de reflexão cisalhante $R_{PS}(\Theta_1)$ é dado pela razão entre as amplitudes da onda S refletida e a onda P incidente, e por último, o coeficiente $T_{PS}(\Theta_1)$ é a razão entre onda cisalhante transmitida e a onda P incidente.

Segundo a Lei de Snell, pode-se escrever o ângulo da onda transmitida de acordo com a relação:

$$sen\ \Theta_2 = sen\ \Theta_1 \frac{V_{P2}}{V_{P1}}\ .$$

O ângulo de incidência crítico (Θ_c) corresponde à inclinação na qual todo o campo incidente é refletido, sem transmissão de energia para as camadas subjacentes ($\Theta_2 = 90°$). Isto apenas ocorre para interfaces onde a velocidade da camada superior é menor do que a inferior. Têm-se então para o ângulo crítico Θ_c:

$$sen\ \Theta_c = \frac{V_{P1}}{V_{P2}}\ . \tag{2.6}$$

Para uma incidência normal, onde não há onda convertida, pode-se expressar o coeficiente de reflexão apenas em função do contraste de impedância (Z) entre as camadas, tanto para ondas compressionais quanto para cisalhantes:

$$R_i = \frac{Z_{i2} - Z_{i1}}{Z_{i1} + Z_{i2}},\ i = P\ \ ou\ \ S, \tag{2.7}$$

onde Z_i é resultado do produto da velocidade (v_{pi} ou v_{si}) pela densidade (ρ_i) de cada meio.

Para uma incidência oblíqua, a variação dos coeficientes de reflexão em função do ângulo diferem-se para os casos acústicos e elásticos. No caso de meios puramente compressionais, onde não há conversões para ondas cisalhantes, o coeficiente R_P pode ser expresso como:

$$R_P(\Theta_1) = \frac{Z_2 \cos\Theta_1 - Z_1 \cos\Theta_2}{Z_2 \cos\Theta_1 + Z_1 \cos\Theta_2}, \tag{2.8}$$

onde:

$$Z_1 = \ v_{p1}\rho_1$$

$$Z_2 = \ v_{p2}\rho_2$$

A Equação 2.8 pode ser expressa apenas em função do ângulo de incidência, das velocidades e densidades dos meios:

$$R_P(\Theta_1) = \frac{v_{p2}\cos\Theta_1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\left[v_{p1}^2 - v_{p2}^2 sen^2\Theta_1\right]^{1/2}}{v_{p2}\cos\Theta_1 + \frac{\rho_1}{\rho_2}\left[v_{p1}^2 - v_{p2}^2 sen^2\Theta_1\right]^{1/2}} \ . \tag{2.9}$$

Ou ainda, no caso de densidade constante, a Equação 2.9 pode ser reescrita como:

$$R_P(\Theta_1) = \frac{v_{p2}\cos\Theta_1 - \left[v_{p1}^2 - v_{p2}^2 sen^2\Theta_1\right]^{1/2}}{v_{p2}\cos\Theta_1 + \left[v_{p1}^2 - v_{p2}^2 sen^2\Theta_1\right]^{1/2}}. \tag{2.10}$$

Para o caso elástico, onde há a ocorrência dos modos de conversão entre as ondas P e S, a variação dos coeficientes de reflexão em função do ângulo deve levar em conta os parâmetros elásticos dos meios. A Razão de Poisson (σ_j) tem influência na variação da forma da curva do coeficiente de reflexão em função do ângulo como foi indicado por

Koefoed, 1955 [16] *apud* Romanelli Rosa, 1976 [21].

Para meios elásticos e isotrópicos, Knott, 1899 e Zoeppritz ,1919, *apud* Castagna, 1993 [17], resolveram o problema das equações que expressam os valores exatos dos coeficientes de reflexão e transmissão em função dos parâmetros elásticos e do ângulo de incidência. Estas equações foram apresentadas por Červerný e Ravindra, 1971 [22] em termos de $\gamma,\ \eta,\ \sigma_1$ e σ_2 da seguinte forma:

$$R_P = -1 + 2P_1D^{-1}\left[\frac{\gamma^2 P_2 X^2}{q_2} + \frac{\gamma\eta P_4}{q_1} + 4Q^2P_2P_3P_4 sen^2\Theta_1\right], \tag{2.11}$$

$$T_P = 2P_1D^{-1}(\frac{\gamma P_2 X}{q_2} + \frac{P_4 Y}{q_1}), \tag{2.12}$$

$$R_S = \frac{\cos\Theta_{1S} - \xi\eta(1-\xi^2 sen^2\Theta_{1S})^{\frac{1}{2}}}{\cos\Theta_{1S} + \xi\eta(1-\xi^2 sen^2\Theta_{1S})}, \tag{2.13}$$

$$T_S = \frac{2\cos\Theta_{1S}}{\cos\Theta_{1S} + \xi\eta(1-\xi^2 sen^2\Theta_{1S})}, \tag{2.14}$$

onde,

$\gamma = \frac{V_{P2}}{V_{P1}}\ ;\ \eta = \frac{\rho_2}{\rho_1};\ \xi = \frac{V_{S2}}{V_{S1}}$

$D = \frac{\gamma^2 Z^2 sen^2\Theta_1}{q_1 q_2} + \frac{\gamma^2 X^2 P_1 P_2}{q_2} + \frac{P_3P_4Y^2}{q_1} + \gamma\eta(\frac{P_1P_4}{q_1} + \frac{P_2P_3}{q_2}) + 4Q^2P_1P_2P_3P_4 sen^2\Theta_1\ ,$

$P_1 = \cos\Theta_1,$

$P_2 = \left(1 - \frac{sen^2\Theta_1}{q_1^2}\right),$

$P_3 = (1-\gamma^2 sen^2\Theta_1)^{\frac{1}{2}},$

$P_4 = \left(1 - \frac{\gamma^2 sen^2\Theta_1}{q_2^2}\right)^{\frac{1}{2}},$

$Q = \frac{\gamma^2 \eta}{q_2^2} - \frac{1}{q_1^2}$,

$X = \eta - 2Qsen^2\Theta_1$,

$Y = 1 + 2Qsen^2\Theta_1$ e

$Z = \eta - 1 - 2Qsen^2\Theta_1$.

Assumindo que os parâmetros elásticos variam pouco ao longo da interface, Aki e Richards, 1980 [23] propuseram uma equação aproximada para o coeficiente de reflexão. Os autores derivaram o efeito de primeira ordem de variações pequenas na densidade e na velocidade para o problema de uma interface entre dois sólidos, a partir das expressões de Zoeppritz. O objetivo foi verificar as contribuições separadas da variação de densidade ($\Delta\rho$), da variação da velocidade da onda compressional (ΔV_P) e da variação da velocidade da onda cisalhante (ΔV_S). A aproximação foi derivada da fórmula exata (Equação 2.11), substituindo-se cada um dos parâmetros dos dois meios pelos valores médios e suas diferença. O ângulo considerado é a média dos ângulos de incidência e transmissão, os quais estão relacionados pela Lei de Snell. As relações básicas entre os parâmetros envolvidos nesta aproximação são:

$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$,

$\Delta V_P = V_{P2} - V_{P1}$,

$\Delta V_S = V_{S2} - V_{S1}$,

$\rho_m = (\rho_1 + \rho_2)/2$,

$V_{Pm} = (V_{P2} + V_{P1})/2$

$V_{Sm} = (V_{S2} + V_{S1})/2$ e

$\Theta_m = (\Theta_1 + \Theta_2)/2$.

Expandindo os termos definidos na expressão de Zoeppritz, corrigidos para vari-

ações de primeira ordem em $\Delta\rho$, ΔV_P e ΔV_S, pode-se encontrar a seguinte expressão para a amplitude da onda P em termos do ângulo de incidência e do parâmetro do raio p (Nunes de Barros, 1997 [25]):

$$R_{PP}(\Theta_1) \simeq \frac{1}{2}\left(1 - 4p^2V_{Sm}^2\right)\frac{\Delta\rho}{\rho_m} + \frac{\sec^2\Theta_m}{2}\frac{\Delta V_P}{V_{Pm}} - 4p^2V_{Sm}^2\frac{\Delta V_S}{V_{Sm}}. \tag{2.15}$$

A Equação 2.15 mostra que o coeficiente de reflexão para qualquer ângulo é determinado em função das densidades e das velocidades P e S, que por sua vez dependem dos parâmetros elásticos de cada meio.

Uma expressão muito popular foi apresentada por Shuey, 1985 [24]:

$$R_{PP}(\Theta_1) \simeq R_P + \left(A_0R_P + \frac{\Delta\nu}{(1-\nu)^2}\right)sen^2\Theta_1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta V_P}{V_{Pm}}\left(\tan^2\Theta_1 - sen^2\Theta_1\right), \tag{2.16}$$

onde:

- R_P é o coeficiente de reflexão para incidência normal apresentado na Equação 2.7;

- ν é a razão de Poisson; e

- $A_0 = \frac{\frac{\Delta V_P}{V_{Pm}}}{\frac{\Delta V_P}{V_{Pm}} + \frac{\Delta\rho}{\rho_m}} - 2\left(1 + \frac{\frac{\Delta V_P}{V_{Pm}}}{\frac{\Delta V_P}{V_{Pm}} + \frac{\Delta\rho}{\rho_m}}\right)\left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)$.

Segundo Vasquez, 1999 [20], a vantagem desta formulação está na capacidade de cada termo descrever uma combinação das propriedades elásticas em diferentes faixas de ângulo. O primeiro termo corresponde à reflexões próximas à incidência normal; o segundo para ângulos até 30°; e o terceiro para ângulos próximos ao ângulo crítico, sendo o coeficiente de reflexão R_{PP} obtido pela soma dos três termos da equação de Shuey.

Uma boa aproximação para o coeficiente de reflexão de ondas *P-SV* (R_{PS}), isto é, incidente P e refletida S, também é importante para a análise de AVO de dados sísmicos multicomponentes. A formulação exata para este coeficiente pode também ser encontrada em Aki & Richards, 1980 [23]. No entanto, Wang, 1999 [38] propôs uma aproximação bastante útil a qual é conhecida como uma expressão pseudoquadrática em função do parâmetro do raio p, Equação 2.17:

$$R_{PS}(p) = \frac{vp_1 \Delta\mu}{vs_1 \rho} q_\alpha p \{1 - \left[\frac{1}{q_\alpha q_\beta} - 2\frac{\Delta\mu}{\rho} + q_\alpha q_\beta \left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^2\right] p^2 + \\ + \left[\frac{2}{q_\alpha q_\beta}\frac{\Delta\mu}{\rho} - \left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^2 - 2q_\alpha q_\beta \left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^3 + q_\alpha^2 q_\beta^2 \left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^4\right] p^4\}, \tag{2.17}$$

onde:

- $\Delta\mu$ é o contraste entre os módulos de cisalhamento que pode ser expresso como:

$$\Delta\mu = \beta^2 \Delta\rho + 2\rho\beta\Delta\beta + \frac{1}{4}\Delta\rho(\Delta\beta)^2;$$

- q_α e q_β são, respectivamente, as vagarosidades médias para onda compressional e cisalhante S_V. Para pequenos valores de p, pode-se expressar esta vagarosidade como sendo:

$$q_{\alpha i} = \sqrt{\frac{1}{vp_i} - p^2} \text{ e}$$
$$q_{\beta i} = \sqrt{\frac{1}{vs_i} - p^2}.$$

A Equação 2.17 será usada para o cálculo do valor teórico de R_{PS} para fins de

comparação com os valores obtidos na aplicação da metodologia proposta nesta tese.

Várias outras aproximações foram propostas por diversos autores com o objetivo de facilitar o entendimento do modo como os parâmetros elásticos influenciam o comportamento do coeficiente de reflexão. Segundo Nunes de Barros, 1997 [25], que fez uma avaliação comparativa destas diversas aproximações, elas são essencialmente válidas para ângulos de incidência inferiores ao ângulo crítico. Estas podem ser separadas em aproximações para pequenos contrastes e para pequenos afastamentos entre fonte e receptor.

2.5 Domínio Tau-P ($\tau - p$)

A transformação dos registros sísmicos para o domínio *tau-p* tem como principal objetivo a separação de eventos coerentes que em geral interferem com outros eventos no domínio original. A aplicação desta técnica neste trabalho foi usada para propiciar a separação das amplitudes em faixas de ângulos de forma a melhorar a identificação da variação da amplitude do sinal gerado no refletor o qual deseja-se estudar.

Basicamente existem duas abordagens distintas para proceder a transformação para o domínio *tau-p*. O *slant-stack,* citado inicialmente por Schultz e Claerbout (1978), *apud* Bezerra, 2001 [35], e o *Plane Wave Decomposition* que é obtido a partir da solução da equação da onda para uma fonte pontual e considera a superposição das ondas planas com sua simetria radial nos eixos horizontais. Nesta tese escolheu-se a segunda metodologia.

A seguir serão apresentados alguns aspectos físicos da construção de uma família *tau-p*, recaindo na apresentação do método *slant-stack*, o qual baseia-se nas características geométricas da propagação da onda.

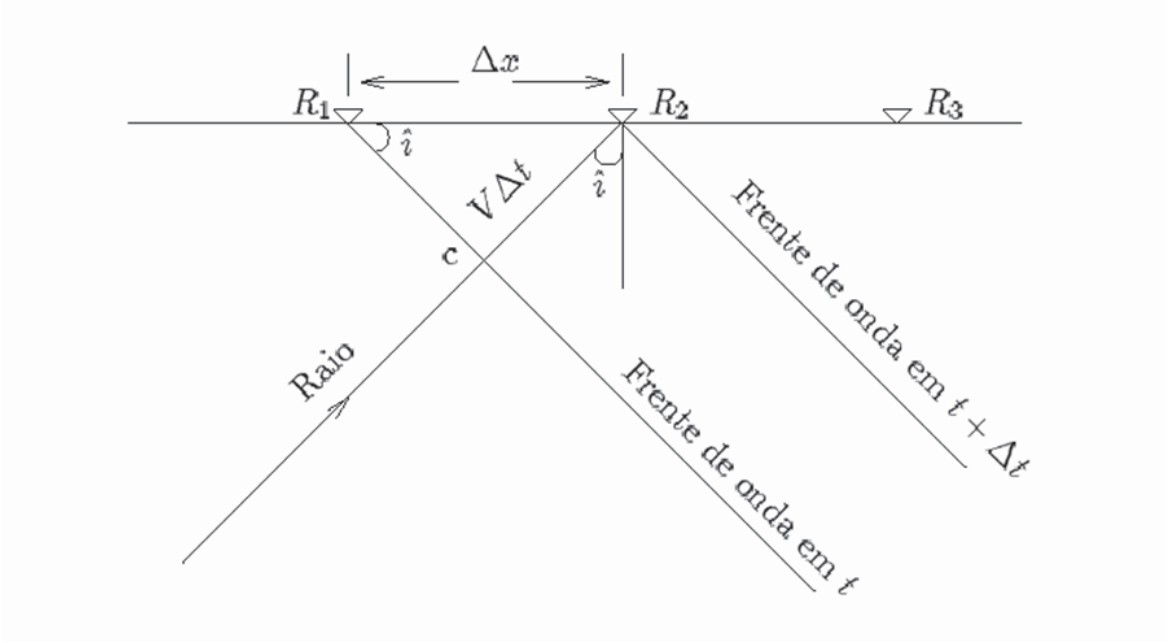


Figura 2.4: Onda plana atingindo uma interface **R** com ângulo de incidência $\hat{i}$.

Considere uma onda plana atingindo uma interface **R** com um ângulo de incidência $\hat{i}$ (Figura 2.4), a velocidade de propagação sísmica pode ser relacionada diretamente com a velocidade de fase horizontal através deste ângulo. Para um determinado tempo Δt o raio percorre uma distância $V.\Delta t$ enquanto que a interseção da frente de onda com a superfície percorre uma distância Δx no mesmo intervalo de tempo, tem-se então que:

$$V\Delta t = \Delta x \; sen \; \hat{i}, \tag{2.18}$$

ou,

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{sen \; \hat{i}}{V}. \tag{2.19}$$

Uma vez que a velocidade de fase horizontal V_α é definida por $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ pode-se obter

uma relação entre os dois tipos de velocidades:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{sen\ \hat{\imath}}{V} = \frac{1}{V_\alpha}. \tag{2.20}$$

Segundo a Lei de Snell, o inverso da velocidade de fase horizontal $1/V_\alpha$ é constante ao longo de um caminho de raio em um meio com camadas plano-horizontais. Essa constante é chamada de *parâmetro de raio p,* assim:

$$p = \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{sen\ \hat{\imath}}{V}, \tag{2.21}$$

ou,

$$\Delta t = p\Delta x. \tag{2.22}$$

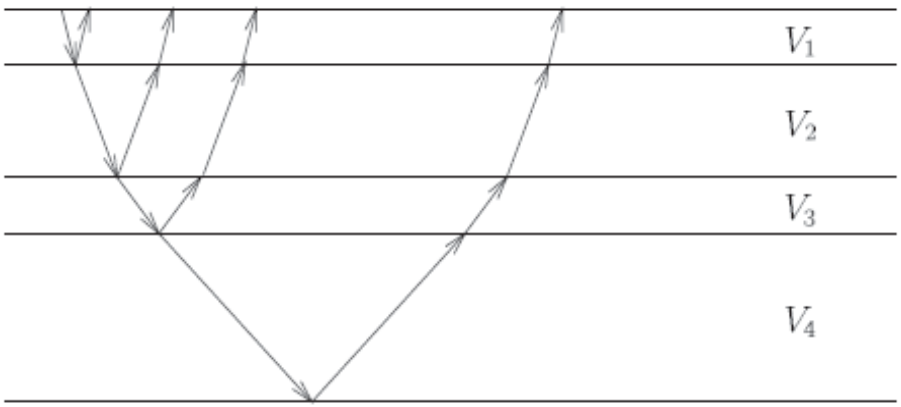


Figura 2.5: Conjunto de trajetórias para raios com um mesmo p, correspondendo a um único traço no domínio $\tau - p$.

A Figura 2.5 mostra que para um único valor de p o sinal é registrado em muitos *offsets*, indicando que os receptores de todos os *offsets* registram ondas planas de vários

valores de p. Portanto, para se decompor famílias de *offsets* em componentes de ondas planas deve-se somar ao longo de várias inclinações de acordo com a Equação 2.22. Isso significa que o campo de ondas $F(\tau, p)$ no domínio *tau-p* é dado por:

$$F(\tau, p) = \int_{x1}^{x2} f(\tau + px, x)dx, \tag{2.23}$$

onde:

- $f(\tau + px, x) = f(t, x)$ é o sismograma obtido com uma fonte pontual;
- x_1 e x_2 são os *offsets* mínimo e máximo, respectivamente;
- p é o parâmetro do raio; e
- τ é o tempo de interseção.

Capítulo 3

A Função Refletividade Através da MRT: Metodologia Proposta e Formulação

A maneira tradicional de realizar a MRT (migração reversa no tempo) e as técnicas de imageamento controlado foram apresentadas no capítulo anterior. Neste capítulo serão apresentadas a metodologia proposta nesta tese e sua respectiva formulação para o uso no imageamento controlado, porém, com objetivo diferente daquele anteriormente apresentado. Neste caso, o objetivo é o de imagear um ponto específico em subsuperfície, na intenção de extrair do dado sísmico a função refletividade de um alvo exploratório previamente definido.

Um aspecto importante que será evidenciado pela metodologia proposta é que o campo de ondas registrado em um determinado ponto do modelo durante o processo de migração recebe contribuições de energias que estão chegando com diversas inclinações

oriundas dos disparos das fontes em diversas posições na superfície. Na forma convencional de realizar a MRT, a imagem final contém informações das médias destas energias em cada ponto, ao contrário da técnica aqui desenvolvida. Portanto, nesta tese está se expandindo o campo de atuação da MRT mostrando que sobre um refletor, ou seja, uma interface entre duas camadas com diferentes propriedades elásticas, é possível decompor a amplitude do campo de ondas refletido em função do ângulo de incidência, gerando-se localmente um gráfico de AVA (amplitude *versus* ângulo de incidência). Essas variações de amplitudes com o ângulo foram confrontadas com as curvas teóricas já conhecidas na literatura, que são oriundas das aproximações das Equações de Zoeppritz descritas no capítulo anterior.

De uma maneira simplificada, o fluxograma para obtenção da variação da amplitude com o ângulo de incidência a partir dos registros sísmicos de superfície utilizando a MRT é apresentado na Figura 3.1. Cada caso, apresentado nas seções seguintes, terão suas características próprias, tais como, diferenciação dos meios de propagação (acústico ou elástico) e dimensões do modelo (2 ou 3-D).

Outro fator relevante é que para os casos propostos, parte-se do princípio de que se dispõe de um macro-modelo de velocidades e um horizonte previamente interpretado em uma seção sísmica migrada em profundidade. Além disso, todas as propagações serão feitas utilizando a equação da onda completa, portanto, sem a aproximação de Born, a qual refere-se à linearização para pequenas perturbações ou variações suaves das propriedades físicas do meio. As modelagens acústica e elástica, bem como as características que envolvem o uso da técnica de diferenças finitas para discretização da equação da onda, estão descritas nos Apêndices A e B.

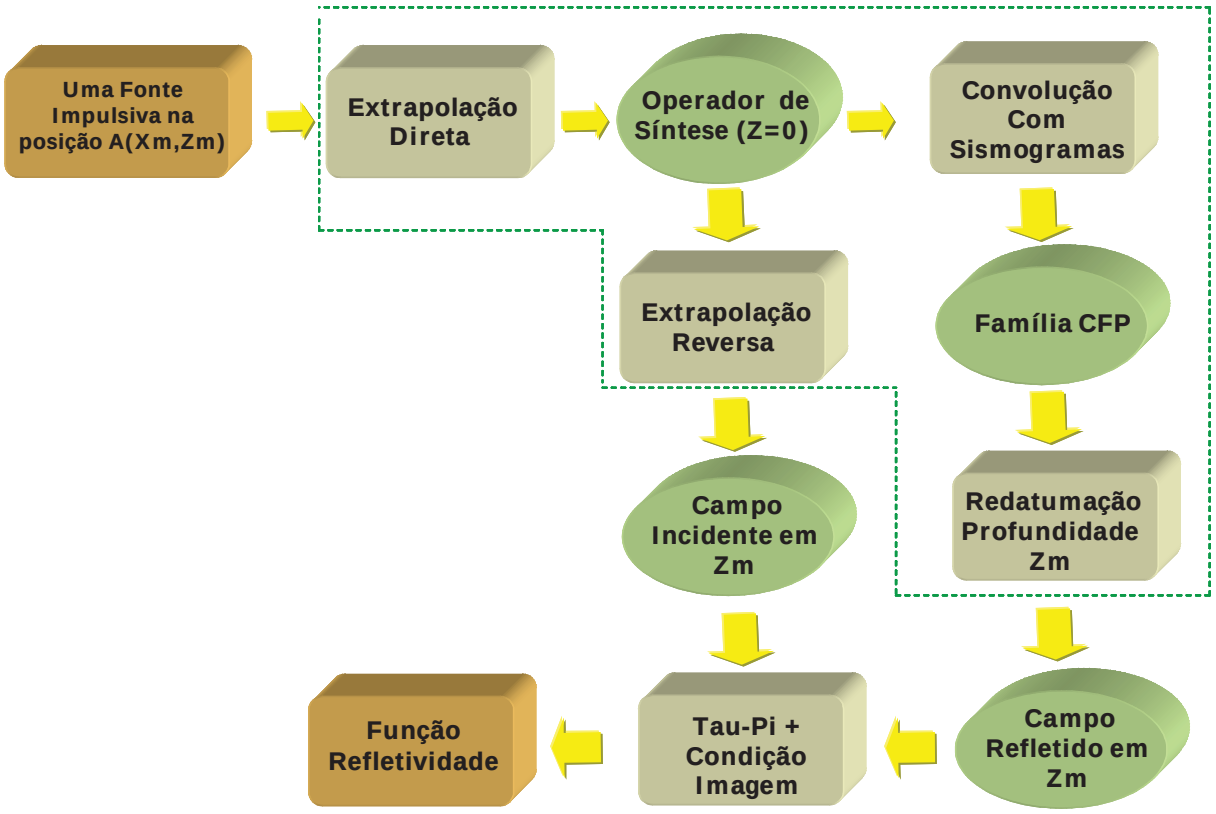


Figura 3.1: Fluxograma simplificado para obtenção da função refletividade de um ponto específico em profundidade utilizando as técnicas de imageamento controlado.

3.1 Relação entre Ângulo e *Offset*

Antes do início da formulação da metodologia para o estudo da variação dos coeficientes de reflexão em função do ângulo de incidência propostos nesta tese, serão apresentados nas figuras a seguir os resultados de simulações feitas com aproximações por traçado de raios (Raytracing) utilizando o software comercial NORSAR2D para modelos de velocidades com camadas planos paralelos.

A idéia é mostrar as variações do ângulo de incidência em função das velocidades das camadas que estão acima do ponto de interesse. Este entendimento deve estar claro quando se deseja obter dos dados sísmicos informações que estejam relacionadas com o

ângulo de incidência, pois não se pode esperar que os dados sísmicos forneçam amplitudes de reflexão relacionadas a ângulos de incidência que não atingem a superfície, ou seja, ângulos que não são registrados nos sismogramas durante a aquisição.

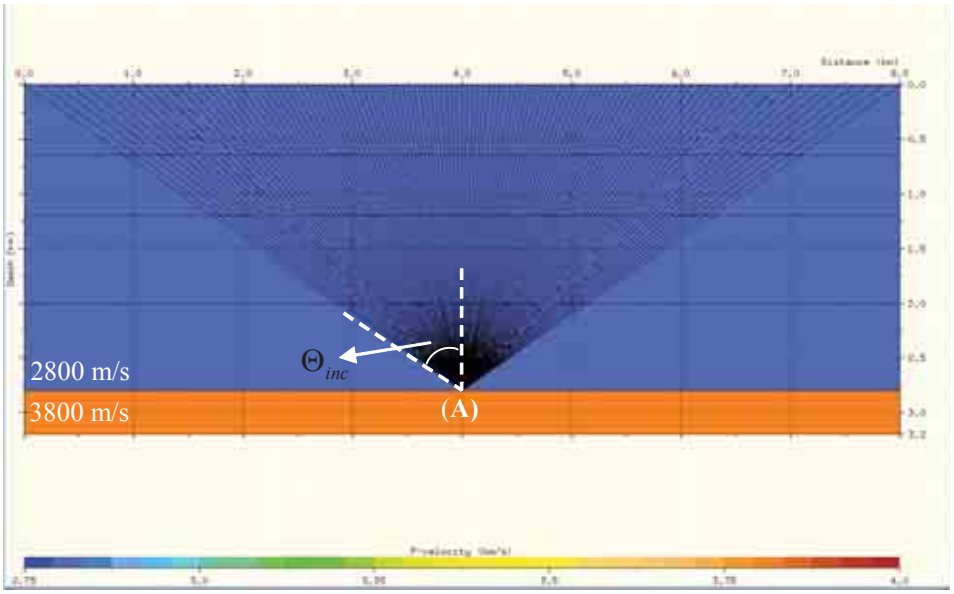


Figura 3.2: Modelo de velocidades **1a** apresentando o traçamento dos raios para ângulos de incidência (Θ_{inc}) no ponto A de 0 a 55°.

A Figura 3.2 apresenta o modelo de velocidades **1a** o qual possui uma extensão de 8,0 Km com uma profundidade de 3,2 Km. Este modelo possui 5 camadas, sendo que para avaliar a variação dos ângulos de incidência no ponto **A**, que está a uma profundidade de 2,8 Km, inicialmente foram consideradas iguais as velocidades das 4 camadas iniciais.

Para as velocidades propostas no modelo **1a**, um levantamento sísmico com o registro sendo feito em toda a superfície fornece um ângulo de incidência no ponto **A** que varia de 0 a 55°. Esta situação é a única na qual se pode dizer que existe uma relação linear entre AVA e AVO, pois os ângulos estão diretamente ligados à distância entre fonte e receptor.

Na situação proposta no modelo de velocidades **1b** (Figura 3.3), onde as camadas possuem velocidades entre 1500 e 3800 m/s, com os mesmos parâmetros de aquisição do Modelo **1a** e as mesmas coordenadas para o ponto **A**, tem-se que os ângulos de incidência variam entre 0 e 70°. Neste caso, houve um aumento significativo do ângulo máximo de incidência devido à influência das camadas iniciais do modelo no traçamento dos raios.

O modelo de velocidades **1c** (Figura 3.4) apresenta uma situação similar ao modelo **1b** com uma variação apenas na velocidade da terceira camada que passou de 2200 para 4500 m/s. Pode-se observar que, neste caso, o ângulo de incidência nas coordenadas do ponto **A** sofre uma redução significativa, ficando com valores entre 0 e 36°. Nesta simulação, os raios são fortemente influenciados pela camada com 4500 m/s, comprovando mais uma vez a dificuldade de se obter na superfície reflexões oriundas de interfaces abaixo de camadas com altos valores de velocidades, como é o caso do imageamento subsal.

Uma solução para obter maiores ângulos de incidência no ponto **A** com as velocidades das camadas propostas no modelo **1c** é aumentar a dimensão horizontal, isto é, aumentar a distância entre fonte e receptor. No caso de um levantamento sísmico real, nem sempre isto é possível. A Figura 3.5 apresenta o modelo de velocidade **1d** com as mesmas velocidades do modelo **1c**, porém, com o dobro da dimensão horizontal (16,0 Km). Neste caso, o ângulo máximo de incidência no ponto **A** aumentou para 40°.

O modelo de velocidades **2,** apresentado na Figura 3.6, mostra uma geologia mais complexa que envolve um domo salino. Para um ponto localizado na profundidade de 3,0 Km no centro do modelo, pode-se observar que há um complexo traçamento de raios os quais, devido principalmente ao sal, não chegam em alguns trechos da superfície. Em alguns pontos pode ser notado que há um cruzamento destes raios o que indica uma

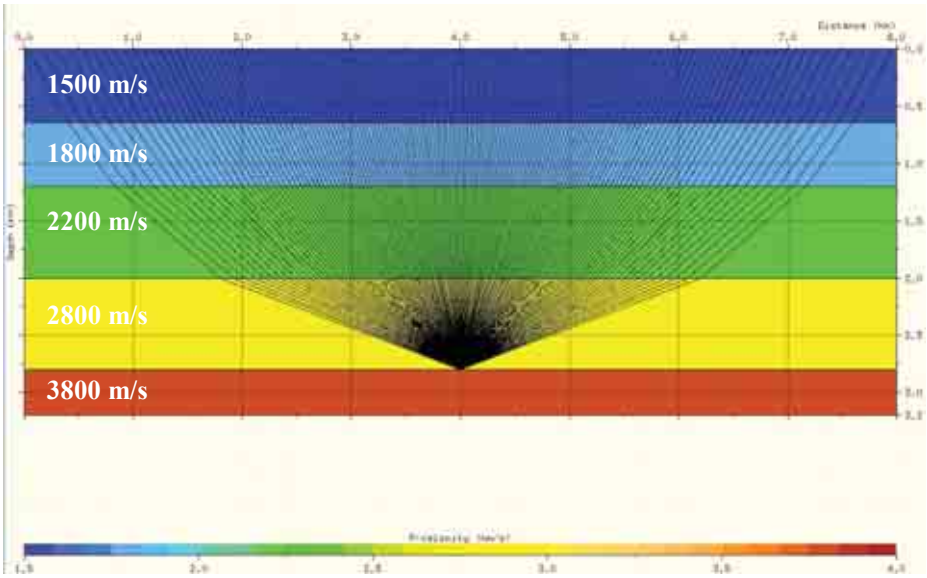


Figura 3.3: Modelo de velocidade **1b** apresentando o traçamento dos raios para ângulos de incidência no ponto **A** de 0 a 70°.

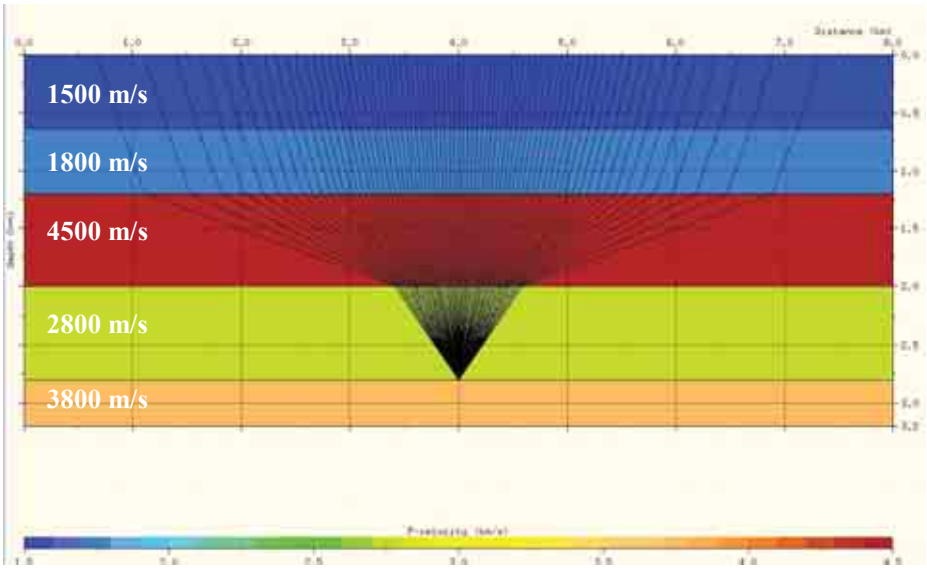


Figura 3.4: Modelo de velocidade **1c** apresentando o traçamento dos raios para ângulos de incidência no ponto **A** de 0 a 36°. A velocidade da terceira camada foi alterada para 4500 m/s.

inversão na relação de ângulo com *offset*.

Estes exemplos mostraram que não se pode esperar uma relação simples entre os ângulos de incidência e as distâncias entre fonte e receptor (*offset*). É preciso entender que as formas e velocidades das camadas têm forte influência no ângulo de incidência do campo de ondas para pontos abaixo destas estruturas. Portanto, o objetivo da metodologia que será descrita nas seções seguintes, é minimizar os efeitos de propagação causados pelas estruturas geológicas das camadas acima da interface de interesse, levando o campo de ondas para uma região próxima ao refletor a ser estudado através das técnicas de migração reversa no tempo e de imageamento controlado utilizando a equação completa da onda. Desta forma pode-se obter uma relação AVA mais precisa e confiável.

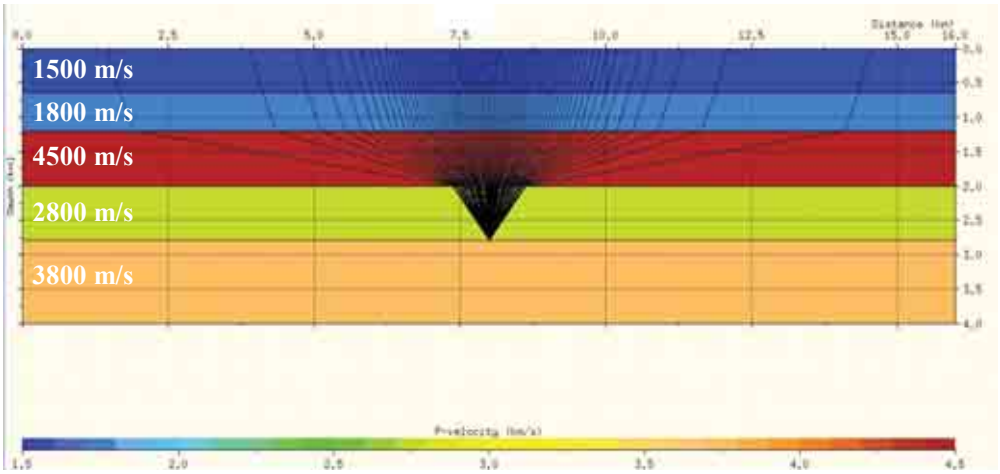


Figura 3.5: Modelo de velocidades **1d** apresentando o traçamento dos raios para ângulos de incidência no ponto **A** de 0 a 40°. A dimensão horizontal foi alterada para 16,0 Km.

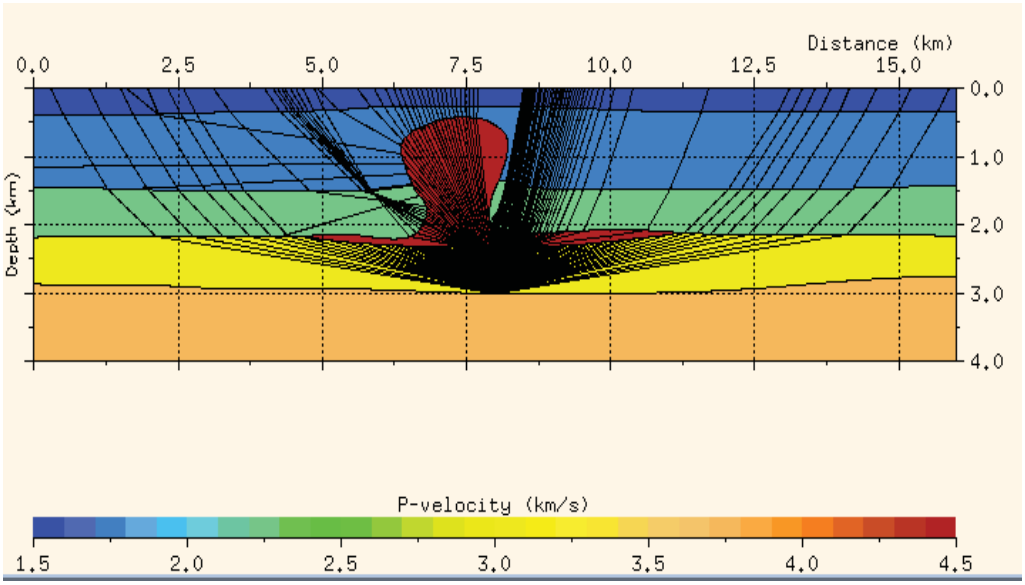


Figura 3.6: Modelo de velocidades **2** apresentando o traçamento dos raios que atingem um ponto abaixo do sal na profundidade de 3,0 Km.

3.2 Caso Acústico

3.2.1 Metodologia

A metodologia proposta nesta tese para obter a função refletividade, no caso acústico, segue os seguintes passos:

1. Identificação do refletor e definição das coordenadas do ponto de interesse em sub-superfície $A(x_m, y_m, z_m)$;

2. Obtenção do operador de síntese $\gamma(x_i, y_j, z = z_{obs}, t)$ na superfície de observação $z = z_{obs}$;

3. Obtenção do campo incidente na profundidade do refletor de interesse:

   a. Extrapolação reversa do operador de síntese usando o macro-modelo sem o refletor em estudo;

   b. Transformada $\tau - p$ do campo incidente;

4. Obtenção do campo refletido na profundidade do refletor de interesse:

   a. Obtenção da Família CFP na superfície;

   b. Redatumação da família CFP;

   c. Transformada $\tau - p$ do campo refletido;

5. Obtenção da condição de imagem e gráfico AVA.

3.2.2 Formulação

Cálculo do operador de síntese

O estudo da função refletividade de um alvo exploratório começa a partir da definição do refletor de interesse na seção sísmica em profundidade já interpretada. Sobre este refletor escolhe-se a localização do ponto $A(x_m, y_m, z_m)$, sendo (x_m, y_m, z_m) as coordenadas a partir das quais o campo de ondas de uma fonte pontual $f(t)$ é registrado na superfície de aquisição.

A equação acústica da onda (Equação 3.1) é usada para propagar o campo de ondas desde o ponto $A(x_m, y_m, z_m)$ até a superfície de observação:

$$\nabla^2 u(x,y,z,t) - \frac{1}{V(x,y,z)^2}\frac{\partial^2 u(x,y,z,t)}{\partial t^2} = f(t)\delta(x-x_m)\delta(y-y_m)\delta(z-z_m), \qquad (3.1)$$

onde, $u(x, y, z, t)$ representa o campo de pressões em qualquer posição do macro-modelo de velocidades $V(x, y, z)$.

Utilizando-se malhas regulares, isto é, com intervalos de amostragem espaciais $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$, pelo método das diferenças finitas com aproximações de segunda ordem para as derivadas temporais e de quarta ordem para as espaciais, pode-se obter a discretização da Equação 3.1 de forma análoga como foi deduzida no Apêndice A,

obtendo-se como resultado, para o caso tridimensional, a expressão abaixo:

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{n+1} = a_{i,j,k}[&(u_{i-2,j,k}^{n} + u_{i+2,j,k}^{n} + u_{i,j-2,k}^{n} + u_{i,j+2,k}^{n} \\ &+ u_{i,j,k-2}^{n} + u_{i,j,k+2}^{n}) - 16(u_{i-1,j,k}^{n} + u_{i+1,j,k}^{n} \\ &+ u_{i,j-1,k}^{n} + u_{i,j+1,k}^{n} + u_{i,j,k-1}^{n} + u_{i,j,k+1}^{n}) + 90u_{i,j,k}^{n}] \\ &+ 2u_{i,j,k}^{n} - u_{i,j,k}^{n-1} + f(t)\delta(x - x_m)\delta(y - y_m)\delta(z - z_m). \end{aligned} \tag{3.2}$$

A Equação 3.2 representa o operador da onda acústica com malha uniforme, onde, $a_{i,j,k} = -\left(\frac{V_{i,j,k}\Delta t}{h}\right)^2 /12$. Os índices i, j e k representam as variáveis x, y e z discretizadas e, Δt é o intervalo de amostragem da variável temporal discretizada em n passos. Sendo que o valor do campo no passo seguinte $n + 1$ é calculado em função do campo de ondas no tempo presente (n) e no instante anterior $(n - 1)$.

O registro do campo de pressões na superfície é feito pelos receptores distribuídos uniformemente e armazenados na matriz $d(x, y, z = z_{obs}, t)$ de forma que a última amostra de tempo corresponda ao tempo inicial. Isto é, os registros são armazenados de forma inversa no tempo.

No caso da aplicação da metodologia em dados sísmicos reais, a obtenção do operador de síntese deve ser feita através da convolução do campo de pressão registrado em $d(x, y, z = z_{obs}, t)$ com o filtro inverso da assinatura da fonte $f(t)$ (Boechat, 2007 [7]):

$$\gamma(x_i, y_j, z = z_{obs}, t) = d(x_i, y_j, z = z_{obs}, t) * f^{-1}(t), \tag{3.3}$$

onde $f^{-1}(t)$ é o filtro inverso da assinatura da fonte.

No caso desta tese, onde apenas foram usados dados sintéticos, o operador de síntese não foi convolvido com o filtro inverso da fonte, já que o mesmo foi usado tanto para gerar o campo incidente quanto o campo refletido. Portanto, os operadores de síntese utilizados nas aplicações deste trabalho foram os próprios registros, feitos de forma inversa no tempo, na superfície de observação $d(x_i, y_j, z = z_{obs}, t)$.

Cálculo do campo incidente

O registro do campo de ondas incidente no ponto $A(x_m, y_m, z_m)$, posicionado acima do refletor para o qual se deseja calcular a função refletividade, é utilizado para corrigir a divergência esférica do campo refletido nesta profundidade. Nesta tese, por se estar lidando apenas com dados sintéticos, aquele é obtido através da propagação reversa do operador de síntese que nada mais é do que o campo registrado em $d(x, y, z = z_{obs}, t)$.

A propagação do operador de síntese é feita com a equação da onda utilizando o macro-modelo de velocidades sem o refletor em estudo, para que não hajam ondas refletidas devido a esta interface. O modelo de velocidades alterado para o cálculo do campo incidente é denotado por $V_{alt}(x, y, z)$:

$$\nabla^2 u(x, y, z, t) - \frac{1}{V_{alt}(x, y, z)^2} \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial t^2} = d(x, y, z = z_{obs}, t). \tag{3.4}$$

Esta equação difere da Equação 3.1 no sentido de que o campo de pressões que está sendo propagado para o interior do modelo, neste caso, é aquele registrado em $d(x, y, z = z_{obs}, t)$. O campo de velocidades V_{alt} difere do macro-modelo, pois considera que não há contrastes de impedância abaixo da interface em questão. Isto é, as camadas abaixo da interface

estudada assumem valor igual à velocidade da camada superior. O objetivo é, neste caso, de registrar apenas o campo incidente no ponto de interesse sem a interferência das reflexões nas camadas abaixo do refletor escolhido.

A discretização da Equação 3.4 segue as mesmas condições iniciais e de contorno aplicadas à Equação 3.1. Tem-se, portanto, a expressão discretizada:

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{n+1} = a_{i,j,k}[&(u_{i-2,j,k}^{n} + u_{i+2,j,k}^{n} + u_{i,j-2,k}^{n} + u_{i,j+2,k}^{n} \\ &+ u_{i,j,k-2}^{n} + u_{i,j,k+2}^{n}) - 16(u_{i-1,j,k}^{n} + u_{i+1,j,k}^{n} \\ &+ u_{i,j-1,k}^{n} + u_{i,j+1,k}^{n} + u_{i,j,k-1}^{n} + u_{i,j,k+1}^{n}) + 90u_{i,j,k}^{n}] \\ &+ 2u_{i,j,k}^{n} - u_{i,j,k}^{n-1} + d^{n}(x_i, y_j, z = z_{obs}), \end{aligned} \tag{3.5}$$

onde $a_{i,j,k} = -\left(\frac{V_{alt\quad i\ ,j,k}\Delta t}{h}\right)^2 /12$.

A propagação do campo $d(x, y, z = z_{obs}, t)$ através da Equação 3.5 gera uma frente de ondas que colapsa no ponto $A(x_m, y_m, z_m)$ e, em seguida, uma nova frente de ondas que se propaga por todo o modelo. Este tempo de propagação deve ser o suficiente para que esta nova frente de ondas alcance toda a superfície de observação. O registro do campo incidente nas coordenadas do refletor que foi retirado do modelo é feito pela matriz $P_{inc}(x, y, z = z_m, t)$, onde $(x, y, z = z_m)$ são as coordenadas do plano de aquisição acima do refletor em questão, o qual inclui obrigatoriamente o ponto $A(x_m, y_m, z_m)$.

No caso de uma aquisição 3-D, a passagem para o domínio $\tau - p$ dos registros do campo incidente armazenados em $P_{inc}(x, y, z = z_m, t)$ é feita após a escolha de planos verticais, tanto em x, $P_{inc\_x}(x, t)$, quanto em y, $P_{inc\_y}(y, t)$, que contenham o ponto

$A(x_m, y_m, z_m)$. A mudança de domínio é necessária principalmente quando as espessuras das camadas são muito pequenas e, portanto, há uma certa dificuldade, no domínio $x-t$, de se identificar e separar as *wavelets* correspondentes ao refletor estudado. Portanto, de acordo com a Equação 2.23 teremos registros 2-D do campo incidente no domínio $\tau - p$, dados por:

$$P_{inc\_x}(p_x, \tau) \text{ e}$$

$$P_{inc\_y}(p_y, \tau),$$

os quais representam cortes verticais nos eixos x e y do volume do campo compressional incidente.

Cálculo do campo refletido

O campo de ondas refletido no ponto $A(x_m, y_m, z_m)$ é obtido a partir da propagação reversa dos dados da família CFP (*common focus point*) que por sua vez, no caso de dados reais, é gerada a partir da convolução dos registros de superfície (sismogramas) com o operador de síntese obtido pela Equação 3.3:

$$Família\ CFP(x, y, z = z_{obs}, t) = \sum_{j=1}^{N_{Fy}} \sum_{i=1}^{N_{fx}} \gamma(x_i, y_j, z = z_{obs}, t) * sis(x, y, z = z_{obs}, t; x_i, y_j), \tag{3.6}$$

onde $sis(x, y, z = z_{obs}, t; x_i, y_j)$ representa o sismograma relativo à posição $(x_i, y_j, z = z_{obs})$; N_{fx} e N_{fy} são as quantidades de tiros na direção x e y, respectivamente. Deve-se observar que na Equação 3.6 cada traço do operador de síntese está posicionado na

mesma coordenada da fonte sísmica que gerou o sismograma. Esta equação representa o empilhamento dos traços no domínio do receptor comum nas direções x e y (Boechat, 2007 [7]).

Nesta tese, onde apenas dados sintéticos são utilizados, a geração da família CFP é feita pela propagação do operador de síntese sobre o modelo de velocidades completo, isto é, contendo o refletor que se deseja estudar. Desta forma, o campo de ondas colapsa no ponto **A** e reflete nas interfaces do modelo levando para superfície as informações das amplitudes do campo refletido. Vale a pena citar que, como apenas dados sintéticos são utilizados nesta simulação, a família CFP é composta considerando todas as posições na superfície do modelo, o que não acontece com um levantamento sísmico real. Neste caso, a família CFP na superfície é composta de acordo com a Equação 3.6, onde se considera apenas as posições onde houve um disparo da fonte sísmica.

Os dados registrados na matriz correspondente à *Família CFP*$(x, y, z = z_{obs}, t)$ são redatumados para a profundidade do refletor e, desta forma, é obtido um novo registro que é denominado $P_{ref}(x, y, z = z_m, t)$, onde, da mesma forma que no cálculo do campo incidente, $(x, y, z = z_m)$ são as coordenadas do plano de aquisição acima do refletor estudado. A redatumação é feita utilizando a equação completa da onda com o macro-modelo de velocidades $V_{alt}(x, y, z)$:

$$\nabla^2 u(x, y, z, t) - \frac{1}{V_{alt}(x, y, z)^2} \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial t^2} = Família\ CFP(x, y, z = z_{obs}, t). \qquad (3.7)$$

A Equação 3.7 discretizada pelo método das diferenças finitas fica:

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{n+1} = a_{i,j,k}[&(u_{i-2,j,k}^{n} + u_{i+2,j,k}^{n} + u_{i,j-2,k}^{n} + u_{i,j+2,k}^{n} \\ &+ u_{i,j,k-2}^{n} + u_{i,j,k+2}^{n}) - 16(u_{i-1,j,k}^{n} + u_{i+1,j,k}^{n} \\ &+ u_{i,j-1,k}^{n} + u_{i,j+1,k}^{n} + u_{i,j,k-1}^{n} + u_{i,j,k+1}^{n}) + 90u_{i,j,k}^{n}] \\ &+ 2u_{i,j,k}^{n} - u_{i,j,k}^{n-1} + Família\ CFP(x_i, y_j, z = z_{obs}), \end{aligned} \tag{3.8}$$

onde, $a_{i,j,k} = -\left(\frac{V_{alt}\Delta t}{h}\right)^2 /12$.

Da mesma forma que o campo incidente, a passagem para o domínio $\tau - p$ dos registros do campo refletido armazenados em $P_{ref}(x, y, z = z_m, t)$ é feita após a escolha de planos verticais, tanto em x quanto em y, que contenham o ponto $A(x_m, y_m, z_m)$. Após a aplicação da transformada $\tau - p$, teremos cortes 2-D do campo de ondas refletido, dados por:

$$P_{ref\_x}(p_x, \tau) \text{ e}$$

$$P_{ref\_y}(p_y, \tau).$$

Condição de imagem e gráfico AVA

Os campos de ondas incidente e refletido no domínio $\tau - p$ são usados para gerar as condições de imagem. A partir da identificação da *wavelet* correspondente ao refletor estudado no primeiro traço do painel $\tau - p$, que está dentro de um intervalo temporal próximo ao tempo total do operador de síntese, é feita uma leitura da amplitude do próximo traço através de um algoritmo em FORTRAN90, desenvolvido nesta tese, que

fornece duas respostas. A primeira baseada na amplitude máxima da *wavelet* e a outra, proposta na tese, baseada na soma dos valores absolutos dos campos de onda dentro de um intervalo temporal em torno da amplitude máxima limitados entre $t_{\min}$ e $t_{\max}$. Este intervalo tem relação com a frequência da função fonte e é obtido após a determinação dos pontos de inflexões antes e depois da amplitude máxima, isto é, os módulos das amplitudes são somados dentro do intervalo entre o instante em que a *wavelet* deixa de ser zero até quando esta retorna a zero novamente, passando pelos pontos de inflexões e amplitude máxima:

$$\mathrm{Ref}_1(p, Amp\ \max) = \frac{P_{ref}(p, t = t_{P\max})}{P_{inc}(p, t = t_{P\max})}; \tag{3.9}$$

$$\mathrm{Ref}_2(p, soma) = \frac{\sum\limits_{t=t\min}^{t=t\max} |P_{ref}(p,t)|}{\sum\limits_{t=t\min}^{t=t\max} |P_{inc}(p,t)|}. \tag{3.10}$$

A Equação 3.9 corresponde à refletividade baseada na amplitude máxima em função do parâmetro do raio p,enquanto que a Equação 3.10 corresponde à refletividade baseada na soma das amplitudes da *wavelet* em torno da amplitude máxima. A proposta desta segunda condição de imagem deve-se ao fato de que nem sempre a amplitude máxima representa a intensidade do campo refletido ou incidente, enquanto que o somatório das amplitudes consegue expressar um valor de coeficiente de reflexão mais próximo do real, principalmente quando não fica claro qual o valor máximo da amplitude de determinada *wavelet*, já que em algumas situações estes valores de pico são muito próximos.

A Figura 3.7 apresenta os campos de onda refletido (esquerda) e incidente (direita) na profundidade z_m, enfatizando a *wavelet* do traço #1, que corresponde à incidência *zero-offset*, usada na condição de imagem.

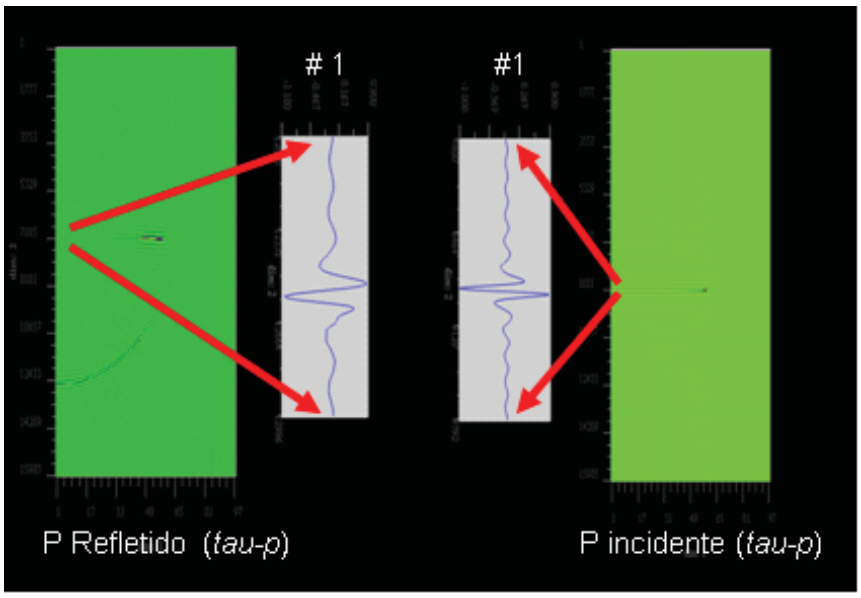


Figura 3.7: Detalhe do campo de ondas no domínio $\tau - p$ para o campo refletido (esquerda) e o campo incidente (direita) na profundidade do ponto escolhido (A).

A obtenção do gráfico da variação da amplitude com o ângulo de incidência (AVA) é feita através da mudança do eixo horizontal de p para θ :

$$p = \frac{sen\theta}{V}, \text{ ou}$$

$$\theta = sen^{-1}(pV).$$

Desta forma, para os casos analisados neste trabalho, onde as propriedades do meio são conhecidas, obtém-se gráficos de AVA para ambas as condições de imagem os quais são apresentados junto com soluções analíticas para cada refletor estudado.

3.3 Caso Elástico

Nesta seção serão apresentadas as adequações da metodologia proposta, e sua respectiva formulação, para o estudo da refletividade em meios elásticos. Basicamente, foi seguida a mesma metodologia do caso acústico, sendo que neste caso as propriedades elásticas do meio foram levadas em conta e, portanto, não somente o campo compressional (P), devido às tensões normais, como também o cisalhante (S), tem efeitos na propagação do campo de ondas.

Neste ponto vale citar que, em uma aquisição marítima real apenas os campos compressionais são registrados pelos hidrofones do cabo sísmico (*streamer*). Neste caso, as propagações diretas e reversas dos campos de ondas devem ser feitas utilizando-se condições de contorno na superfície associadas aos tensores de tensões normais (τ_{xx} e τ_{zz}).

As equações que regem o fenômeno físico da propagação de ondas sísmicas em meios elásticos, bem como o esquema de discretização pelo método das diferenças finitas utilizado, estão descritos com maior detalhes no Apêndice B desta tese.

Por questões de demanda computacional, a implementação da metodologia para o estudo da refletividade elástica foi feita apenas para meios 2-D. Para o caso elástico 3-D seria necessário o uso de uma implementação com processamento em paralelo, já que a demanda de memória e o tempo de execução tornariam inviável tal aplicação sem o recurso de estratégias de paralelização.

3.3.1 Metodologia

A metodologia para o levantamento das curvas de variação da amplitude em função do ângulo de incidência para o caso elástico segue os passos a seguir:

1. Definição do ponto de interesse em subsuperfície $A(x_m, z_m)$;

2. Obtenção do operador de síntese (componentes horizontais γ_x e verticais γ_z) na superfície;

3. Obtenção dos campos incidentes na profundidade do refletor de interesse:

   a. Extrapolação reversa do operador de síntese com macro-modelo sem o refletor;

   b. Obtenção dos campos compressionais P_{inc} e cisalhantes S_{inc};

   c. Transformada $\tau - p$ dos campos P_{inc} e S_{inc};

4. Obtenção dos campos refletidos na profundidade do refletor de interesse:

   a. Obtenção da família CFP na superfície;

   b. Redatumação das componentes horizontais e verticais da Família CFP;

   c. Obtenção dos campos refletidos compressionais P_{ref} e cisalhantes S_{ref};

   d. Transformada $\tau - p$ dos campos P_{ref} e S_{ref};

5. Obtenção da condição de imagem e gráfico AVA.

A Figura 3.8 apresenta um fluxograma baseado na metodologia do caso elástico. A diferença em relação ao apresentado na Figura 3.1 é que, neste caso, o operador de síntese e a família CFP terão componentes verticais e horizontais, já que estão se tratando

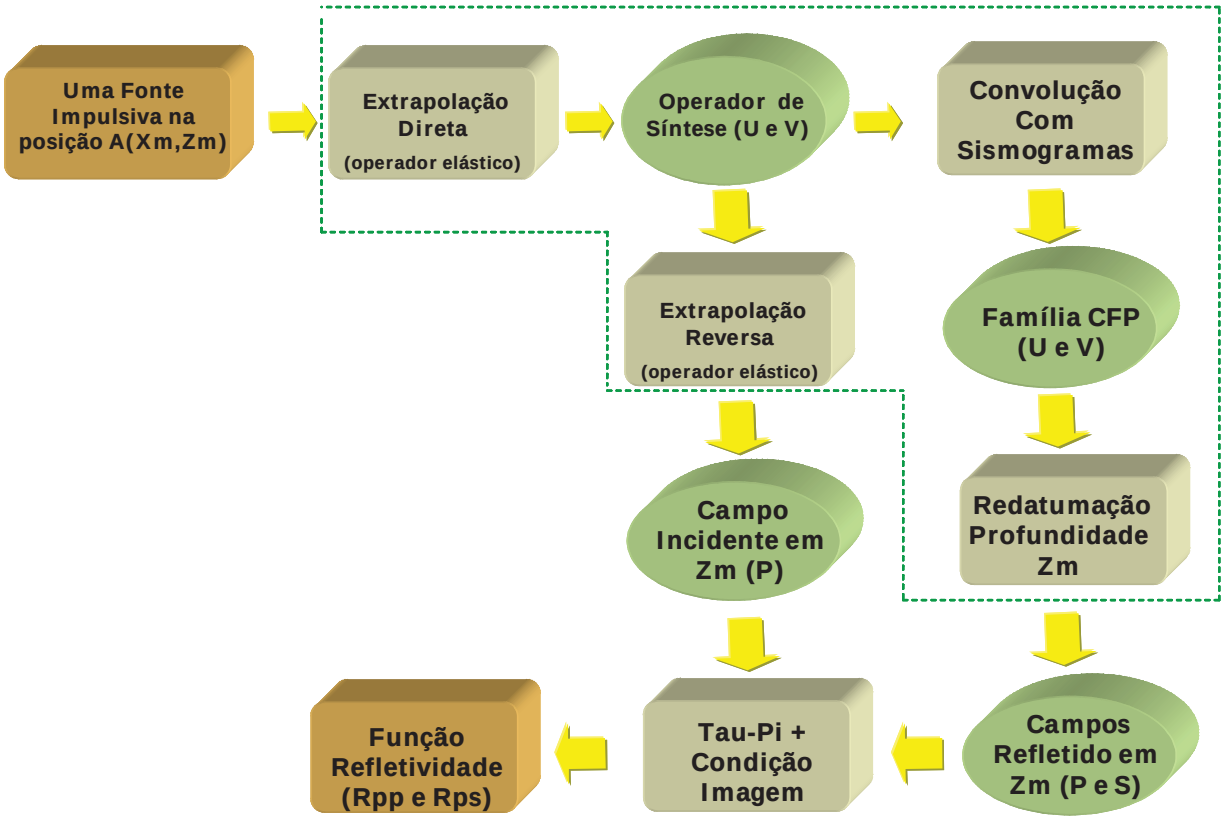


Figura 3.8: Fluxograma simplificado para obtenção da função refletividade para o caso elástico (R_{PP} e R_{PS}) de um ponto específico em profundidade utilizando as técnicas de imageamento controlado.

não somente das tensões normais mais também das cisalhantes. Os campos incidente compressional e refletidos compressional e cisalhante são obtidos no datum do refletor em estudo através das Equações 3.17 e 3.18, apresentadas na seção seguinte, que representam o divergente e o rotacional do campo de velocidades da partícula neste ponto.

3.3.2 Formulação

Propagação de ondas elásticas

O cálculo das componentes horizontais e verticais do operador de síntese, bem como dos campos incidentes e refletidos, é feito utilizando-se o sistema de equações hiperbólico de primeira ordem para propagação de ondas elásticas, que pode ser escrito em função das componentes horizontais e verticais das velocidades das partículas e das derivadas temporais dos tensores de tensões, dados, para o caso 2-D, por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_x}{\partial t} &= \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right), \\
\frac{\partial v_z}{\partial t} &= \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right), \\
\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda\frac{\partial v_z}{\partial z}, \\
\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda\frac{\partial v_x}{\partial x}, \\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} &= \mu\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right),
\end{aligned} \tag{3.11}$$

onde:

- v_x e v_z são, respectivamente, as componentes da velocidade da partícula nos eixos horizontal e vertical;

- τ_{xx}, τ_{zz} e τ_{xz} representam os tensores de tensões nas respectivas direções;

- ρ é densidade por unidade de volume;

- λ e μ são as constantes de Lamé que representam as constantes elásticas do material.

As velocidades de propagação das ondas compressionais Vp e cisalhantes Vs

também podem ser escritas em função das constantes de Lamé e da densidade de acordo com as equações a seguir:

$$Vp = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} \ , \tag{3.12}$$

$$Vs = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \tag{3.13}$$

De acordo com o Apêndice B, o conjunto de Equações 3.11 discretizado pelo método das diferenças finitas, com aproximações de segunda e quarta ordem para as derivadas temporais e espaciais, respectivamente, pode ser expresso como apresentado nas Equações 3.14. Para tais discretizações foi utilizado o esquema de malha intercalada (Figura 3.9) proposto por Levander, 1988 [36], no qual são definidas as posições das grandezas envolvidas:

$$v_{x(i,k)}^{t+\Delta t/2} = v_{x(i,k)}^{t-\Delta t/2} + \frac{2\Delta t}{48h\rho_{i,k}} \left[\begin{array}{l} -\tau_{xx(i+\frac{3}{2},k)}^{t} + 27\left(\tau_{xx(i+\frac{1}{2},k)}^{t} - \tau_{xx(i-\frac{1}{2},k)}^{t}\right) + \tau_{xx(i-\frac{3}{2},k)}^{t} \\ -\tau_{xz(i,k+\frac{3}{2})}^{t} + 27\left(\tau_{xz(i,k+\frac{1}{2})}^{t} - \tau_{xz(i,k-\frac{1}{2})}^{t}\right) + \tau_{xz(i,k-\frac{3}{2})}^{t} \end{array} \right]$$

$$v_{z(i,k)}^{t+\Delta t/2} = v_{z(i,k)}^{t-\Delta t/2} + \frac{2\Delta t}{48h\rho_{i,k}} \left[\begin{array}{l} -\tau_{xz(i+\frac{3}{2},k)}^{t} + 27\left(\tau_{xz(i+\frac{1}{2},k)}^{t} - \tau_{xz(i-\frac{1}{2},k)}^{t}\right) + \tau_{xz(i-\frac{3}{2},k)}^{t} \\ -\tau_{zz(i,k+\frac{3}{2})}^{t} + 27\left(\tau_{zz(i,k+\frac{1}{2})}^{t} - \tau_{zz(i,k-\frac{1}{2})}^{t}\right) + \tau_{zz(i,k-\frac{3}{2})}^{t} \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx(i,k)}^{t+\Delta t} &= \tau_{xx(i,k)}^{t} + \frac{2\Delta t}{48h}\left[(\lambda + 2\mu)\,\mathbf{A}_1 + \lambda \mathbf{A}_4\right] \\ \tau_{zz(i,k)}^{t+\Delta t} &= \tau_{zz(i,k)}^{t} + \frac{2\Delta t}{48h}\left[(\lambda + 2\mu)\,\mathbf{A}_4 + \lambda \mathbf{A}_1\right] \\ \tau_{xz(i,k)}^{t+\Delta t} &= \tau_{xz(i,k)}^{t} + \frac{2\Delta t}{48h}\mu\left(\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_3\right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

onde:

$$\mathbf{A}_1 = \frac{\partial v_x}{\partial x}{}^{t+\Delta t/2}_{(i,k)} = -v^{t+\Delta t/2}_{x(i+\frac{3}{2},k)} + 27\left(v^{t+\Delta t/2}_{x(i+\frac{1}{2},k)} - v^{t+\Delta t/2}_{x(i-\frac{1}{2},k)}\right) + v^{t+\Delta t/2}_{x(i-\frac{3}{2},k)};$$

$$\mathbf{A}_2 = \frac{\partial v_x}{\partial z}{}^{t+\Delta t/2}_{(i,k)} = -v^{t+\Delta t/2}_{x(i,k+\frac{3}{2})} + 27\left(v^{t+\Delta t/2}_{x(i,k+\frac{1}{2})} - v^{t+\Delta t/2}_{x(i,k-\frac{1}{2})}\right) + v^{t+\Delta t/2}_{x(i,k-\frac{3}{2})};$$

$$\mathbf{A}_3 = \frac{\partial v_z}{\partial x}{}^{t+\Delta t/2}_{(i,k)} = -v^{t+\Delta t/2}_{y(i+\frac{3}{2},k)} + 27\left(v^{t+\Delta t/2}_{z(i+\frac{1}{2},k)} - v^{t+\Delta t/2}_{z(i-\frac{1}{2},k)}\right) + v^{t+\Delta t/2}_{z(i-\frac{3}{2},k)};\ \text{e}$$

$$\mathbf{A}_4 = \frac{\partial v_z}{\partial z}{}^{t+\Delta t/2}_{(i,k)} = -v^{t+\Delta t/2}_{z(i,k+\frac{3}{2})} + 27\left(v^{t+\Delta t/2}_{z(i,k+\frac{1}{2})} - v^{t+\Delta t/2}_{z(i,k-\frac{1}{2})}\right) + v^{t+\Delta t/2}_{z(i,k-\frac{3}{2})}.$$

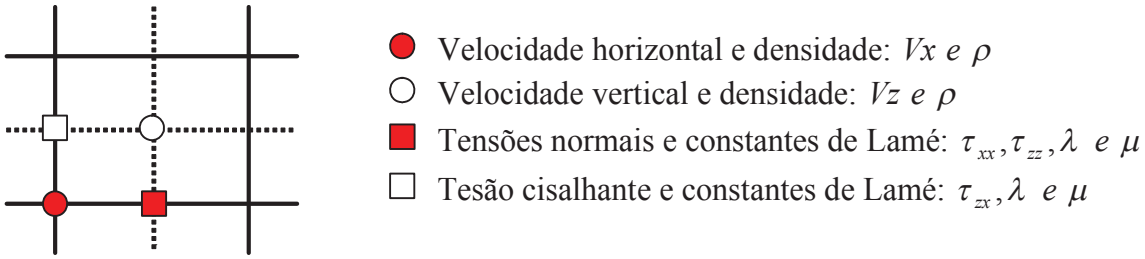


Figura 3.9: Esquema de malha intercalada com a representação das grandezas envolvidas na discretização da equação da onda para meios elásticos.

Para o avanço no tempo das Equações 3.14, deve-se calcular os valores dos campos de velocidades das partículas em função do tensor de tensões e, posteriormente, no passo seguinte, atualizam-se os campos do tensor de tensões em função dos campos das velocidades da partícula.

Para a propagação de um campo de ondas gerado por uma fonte sísmica explosiva deve-se usar as componentes de tensões normais de acordo com Virieux, 1984 *apud* Bulcão, 2004 [37], pois tais grandezas são definidas na mesma posição da malha intercalada (Figura 3.9):

$$\tau^t_{xx(x_m,z_m)} = \tau^t_{xx(x_m,z_m)} + f(t)\ \text{e} \tag{3.15}$$

$$\tau^t_{zz(x_m,z_m)} = \tau^t_{zz(x_m,z_m)} + f(t). \tag{3.16}$$

A separação do campo de ondas elástico em campo compressional $(P - waves)$

e cisalhante ($S - waves$) pode ser feita utilizando-se os operadores divergente (Equação 3.17) e rotacional (Equação 3.18) aplicados sobre as componentes horizontais e verticais do campo de velocidade das partículas:

$$P = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \text{ e} \tag{3.17}$$

$$S = \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z}, \tag{3.18}$$

onde:

- P e S representam os campos escalares cujas amplitudes estão associadas as ondas compressionais e cisalhantes; e

- v_x e v_z são as componentes horizontais e verticais do campo de velocidades das partículas.

Cálculo do operador de síntese

O processo de obtenção do operador de síntese na superfície começa com a propagação do campo de ondas gerado pela fonte explosiva, dada pelas Equações 3.15 e 3.16 aplicada no ponto $A(x_m, z_m)$, previamente definido sobre o refletor de interesse.

Para o caso de dados reais, as componentes horizontais (γ_x) e verticais (γ_z) do operador de síntese são obtidas através da convolução das respectivas componentes do campo de velocidades na superfície de observação z_{obs} com o filtro inverso da assinatura

da fonte $f(t)$:

$$\gamma_x(x_i, z = z_{obs}, t) = D_x(x_i, z = z_{obs}, t) * f^{-1}(t) \text{ e} \tag{3.19}$$

$$\gamma_z(x_i, z = z_{obs}, t) = D_z(x_i, z = z_{obs}, t) * f^{-1}(t), \tag{3.20}$$

onde:

- $\gamma_x(x_i, z = z_{obs}, t)$ e $\gamma_z(x_i, z = z_{obs}, t)$ são, respectivamente, as componentes horizontais e verticais do operador de síntese;

- $D_x(x_i, z_{obs}, t)$ e $D_z(x_i, z_{obs}, t)$ são, respectivamente, as componentes horizontais e verticais do campo de velocidades das partículas registrado de maneira inversa no tempo através dos receptores localizados nas posições x_i na superfície de observação z_{obs}.

- $f^{-1}(t)$ é o filtro inverso da assinatura da fonte.

Assim como explicado no caso acústico, nesta tese, por utilizar apenas dados sintéticos, não foram feitas as convoluções com o filtro inverso da fonte. Sendo o operador de síntese o próprio registro feito na superfície de maneira inversa e registrado nas matrizes D_x e D_z.

Cálculo dos campos compressional e cisalhante incidente

Para o cálculo do campo incidente no datum do refletor em estudo faz-se uso do conjunto de equações 3.14 com as condições de contorno na superfície dadas por:

$$v_x(x_i, z = z_{obs}, t) = D_x(x_i, z_{obs}, t) \text{ e}$$

$$v_z(x_i, z = z_{obs}, t) = D_z(x_i, z_{obs}, t).$$

O objetivo é propagar de forma reversa no tempo os dados das componentes horizontais e verticais do campo de velocidades armazenadas nas matrizes $D_x(x_i, z_{obs}, t)$ e $D_z(x_i, z_{obs}, t)$. No entanto, esta propagação é feita utilizando-se um macro-modelo no qual apagam-se os contrastes de impedância abaixo do refletor que deseja-se estudar com o objetivo de apenas registrar o campo incidente neste datum.

A propagação reversa dos campos registrados em D_x e D_z, a partir da superfície de observação z_{obs}, dá origem a uma nova frente de ondas centrada no ponto focal $A(x_m, z_m)$, ou seja, fazendo com que estes campos colapsem no ponto $A(x_m, z_m)$ e, a partir daí, novas frentes de onda sejam geradas como se o disparo da fonte fosse feito neste ponto. Nesta mesma profundidade são feitos os registros dos campos compressionais e cisalhantes incidentes.

As Equações 3.17 e 3.18 podem ser reescritas para o cálculo dos campos compressionais e cisalhantes incidentes sobre o refletor em estudo, da seguinte forma:

$$P_{inc}(x_i, z = z_r, t) = \frac{\partial v_x(x_i, z = z_r, t)}{\partial x} + \frac{\partial v_z(x_i, z = z_r, t)}{\partial z} \quad \text{e} \tag{3.21}$$

$$S_{inc}(x_i, z = z_r, t) = \frac{\partial v_z(x_i, z = z_r, t)}{\partial x} - \frac{\partial v_x(x_i, z = z_r, t)}{\partial z}, \tag{3.22}$$

onde:

- P_{inc} e S_{inc} são as grandezas escalares que representam, respectivamente, as ondas compressionais e cisalhantes incidentes nas coordenadas do refletor ao longo do tempo t;

- x_i é a posição na direção x dos receptores espalhados na profundidade z_r do refletor em estudo.

Assim como no caso acústico, há a necessidade da mudança do domínio $x - t$ para o domínio $\tau - p$. Neste caso, tem-se os campos compressionais e cisalhantes em função do parâmetro do raio p e do tempo t. Portanto, após a passagem para o domínío $\tau - p$, temos:

- $P_{inc}(p,t)$ e $S_{inc}(p,t)$ que representam, respectivamente, os campos compressionais e cisalhantes incidentes na profundidade do refletor em função do parâmetro do raio p e do tempo t.

Cálculo dos campos compressionais e cisalhantes refletidos

O primeiro passo para o cálculo dos campos compressionais e cisalhantes no datum do refletor em estudo é a geração das componentes horizontais e verticais da Família CFP a partir da propagação das componentes do operador de síntese, ou, no caso de dados reais, da convolução das componentes horizontais e verticais dos sismogramas de superfície com as respectivas componentes do operador de síntese, como apresentado nas Equações 3.23 e 3.24:

$$Família\ CFP_{vx}(x, z = z_{obs}, t) = \sum_{i=1}^{N_f} \gamma_x(x_i, z = z_{obs}, t) * sis_{vx}(x, z = z_{obs}, t; x_i), \quad (3.23)$$

$$Família\ CFP_{vz}(x, z = z_{obs}, t) = \sum_{i=1}^{N_f} \gamma_z(x_i, z = z_{obs}, t) * sis_{vz}(x, z = z_{obs}, t; x_i), \quad (3.24)$$

onde:

- γ_x e γ_z são as componentes do operador de síntese calculadas pelas Equações 3.19 e 3.20;

- $sis_{vx}(x, z = z_{obs}, t; x_i)$ e $sis_{vz}(x, z = z_{obs}, t; x_i)$ são as componentes horizontais e verticais dos registros dos sismogramas relativas ao tiro posicionado em x_i; e

- N_f é a quantidade de disparos da fonte.

A redatumação dos registros da família CFP (Equações 3.23 e 3.24) para a profundidade do refletor em estudo é feita utilizando-se o conjunto de Equações 3.14 com as seguintes condições de contorno na superfície:

$$v_x(x, z = z_{obs}, t) = Família\ CFP_{vx}(x, z = z_{obs}, t) \text{ e}$$

$$v_z(x, z = z_{obs}, t) = Família\ CFP_{vz}(x, z = z_{obs}, t).$$

Desta forma, as componentes horizontais e verticais da família CFP são extrapoladas para a profundidade do refletor, na qual são registrados os campos compressionais e cisalhantes através das Equações 3.17 e 3.18, nas quais aplicam-se o divergente e rotacional ao campo de velocidades, tal que:

$$P_{ref}(x_i, z = z_r, t) = \frac{\partial v_x(x_i, z = z_r, t)}{\partial x} + \frac{\partial v_z(x_i, z = z_r, t)}{\partial z}\ e \tag{3.25}$$

$$S_{ref}(x_i, z = z_r, t) = \frac{\partial v_z(x_i, z = z_r, t)}{\partial x} - \frac{\partial v_x(x_i, z = z_r, t)}{\partial z}, \tag{3.26}$$

onde:

- P_{ref} e S_{ref} são as grandezas escalares que representam, respectivamente, as ondas compressionais e cisalhantes refletidas nas coordenadas do refletor ao longo do tempo t;

- x_i é a posição na direção x dos receptores espalhados na profundidade z_r do

refletor em estudo.

Assim como no caso acústico, há a necessidade da mudança do domínio $x - t$ para o domínio $\tau - p$. Neste caso, tem-se os campos compressionais e cisalhantes em função do parâmetro do raio p e do tempo t. Portanto, após a passagem para o domínío $\tau - p$, temos:

- $P_{ref}(p,t)$ e $S_{ref}(p,t)$ representando, respectivamente, os campos compressionais e cisalhantes na profundidade do refletor em função do parâmetro do raio p e do tempo t.

Obtenção da condição de imagem e gráfico AVA

Os campos de ondas incidentes e refletidos no domínio $\tau - p$ são usados para gerar as condições de imagem para cálculo das curvas de variação dos coeficientes de reflexão em relação ao ângulo de incidência. Nesta tese estão sendo considerados apenas os coeficientes de reflexão R_{PP} (incidente P e refletida P) e R_{PS} (incidente P e refletida S). No entanto, esta mesma formulação pode ser usada para o cálculo de outros modos de conversão de ondas, tais como $S - P$ e $S - S$, que por sua vez dão origem aos coeficientes de reflexão R_{SP} e R_{SS}.

Da mesma forma que no caso acústico, a partir da identificação da *wavelet* correspondente ao refletor estudado no primeiro traço do painel $\tau - p$, é feita uma leitura da amplitude do próximo traço através de um algoritmo desenvolvido nesta tese que dá como resposta dois tipos de resultados. O primeiro baseado na amplitude máxima e o outro na soma do módulo das amplitudes dentro do intervalo temporal da *wavelet*.

Para o caso da onda incidente P e refletida P, tem-se:

$$R_{PP1}(p, Amp\ \max) = \frac{P_{ref}(p, t = t_{P\max})}{P_{inc}(p, t = t_{P\max})}; \tag{3.27}$$

$$R_{PP2}(p, soma) = \frac{\sum\limits_{t=t\min P}^{t=t\max P} |P_{ref}(p,t)|}{\sum\limits_{t=t\min P}^{t=t\max P} |P_{inc}(p,t)|}. \tag{3.28}$$

Para o caso da onda incidente P e refletida S, tem-se:

$$R_{PS1}(p, Amp\ \max) = \frac{S_{ref}(p, t = ts_{\max})}{P_{inc}(p, t = t_{P\max})}; \tag{3.29}$$

$$R_{PS2}(p, soma) = \frac{\sum\limits_{t=t\min S}^{t=t\max S} |S_{ref}(p,t)|}{\sum\limits_{t=t\min P}^{t=t\max P} |P_{inc}(p,t)|}, \tag{3.30}$$

onde:

- $tp_{\max}$ e $ts_{\max}$ correspondem, respectivamente, aos tempo da máxima amplitude do campo compressional e cisalhante relativo ao refletor em estudo;

- $t\min P$ e $t\max P$ correspondem ao intervalo no qual está contida a *wavelet* relativa ao refletor em questão em cada traço do campo compressional, seja ele incidente ou refletido; e

- $t\min S$ e $t\max S$, analogamente, correspondem ao intervalo no qual está contida a *wavelet* relativa ao campo cisalhante refletido.

As Equações 3.27 e 3.29 correspondem a refletividade baseada na amplitude máxima relativas ao refletor em estudo em função do parâmetro do raio p, enquanto que as Equações 3.28 e 3.30 correspondem a refletividade baseada na soma do módulo das

amplitudes dentro de um intervalo temporal centrado na amplitude máxima da *wavelet*, também em função do parâmetro do raio p. É preciso estar claro que estas amplitudes referem-se apenas às *wavelets* correspondentes aos campos refletido e incidente sobre o refletor em estudo. Portanto, é preciso haver uma identificação precisa do intervalo temporal onde estas reflexões acontecem ao longo de cada traço do painel $\tau - p$.

A obtenção do gráfico da variação da amplitude com o ângulo de incidência (AVA), da mesma forma que no caso acústico, é feita através da mudança do eixo horizontal de p para Θ_1, segundo a relação apresentada na Equação 2.5, tal que:

$$\begin{aligned} p &= \frac{sen\ \Theta_1}{V_{P1}}, \text{ ou} \\ \Theta_1 &= sen^{-1}(pV_{P1}). \end{aligned}$$

Onde Θ_1 é o ângulo do campo incidente com a normal da interface em estudo. Desta forma, obtém-se como resultado gráficos de AVA para os coeficientes R_{PP} e R_{PS} para ambas as condições de imagem que, neste caso, onde se conhece o modelo de propriedades elásticas, são apresentados junto com as soluções analíticas para os referidos coeficientes de reflexão em cada refletor estudado.

Capítulo 4

Aplicações e Resultados

4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar exemplos numéricos para validar a metodologia proposta no capítulo anterior e, de uma maneira prática, mostrar que o campo de onda refletido contém informações sobre as propriedades da dependência da refletividade em relação ao ângulo de incidência para um determinado refletor. Esta relação da amplitude do campo de ondas refletido com o ângulo do campo incidente é melhor entendida quando utiliza-se um modelo simples de apenas duas camadas com uma interface horizontal entre elas. Inicialmente esta aplicação foi feita para modelos acústicos 2-D simples e, em seguida, aplicada para modelos com maior complexidade geológica, bem como para os casos acústicos 3-D e elásticos 2-D.

Os painéis no domínio $\tau - p$ de todas as aplicações desta tese foram compostos desde o *zero-offset* até ao *offset* máximo, isto é, desde a posição da fonte (ponto **A),** a partir da qual foram gerados os operadores de síntese, até a máxima distância entre fonte

e receptor.

4.2 Caso Acústico 2-D

A metodologia proposta para o caso acústico bidimensional foi aplicada em dois modelos. O primeiro, denominado Modelo 1, contendo apenas duas camadas com uma interface paralela e, o segundo, denominado Modelo Complexo, o qual apresenta uma estrutura geológica contendo alguns anticlinais e uma topografia do fundo oceânico bastante irregular. O cálculo do valor teórico da refletividade foi feito usando a aproximação proposta pela Equação 2.10 (repetida abaixo), que considera o meio com densidade constante. Portanto, o coeficiente de reflexão acústico foi calculado apenas em função do ângulo de incidência Θ e das velocidades compressionais das camadas (v_{p1} e v_{p2}):

$$R_P(\Theta_1) = \frac{v_{p2}\cos\Theta_1 - \left[v_{p1}^2 - v_{p2}^2 sen^2\Theta_1\right]^{1/2}}{v_{p2}\cos\Theta_1 + \left[v_{p1}^2 - v_{p2}^2 sen^2\Theta_1\right]^{1/2}}.$$

Uma outra consideração que deve ser mencionada é que os painéis no domínio $\tau - p$ apresentam uma variação do parâmetro do raio p desde o *zero-offset* (incidência normal) até ao $p_{\max}$, que corresponde ao parâmetro do raio para o ângulo crítico (quando houver). Este valor pode ser calculado de acordo com a Lei de Snell (Equação 2.5) considerando as relações entre os ângulos da Figura 2.3, como dado a seguir:

$$p_{\max} = \frac{sen\ \Theta_2}{vp_2} = \frac{1}{vp_2}, \tag{4.1}$$

sendo, $\Theta_2 = 90^\circ$ o ângulo da onda transmitida para a camada subjacente, para o caso de

uma onda compressional incidente com o ângulo maior ou igual ao ângulo crítico. Claro que este ângulo de incidência crítico só ocorre quando $Vp_2 > Vp_1$.

4.2.1 Modelo simples

A Figura 4.1 representa um modelo de velocidades, denominado Modelo 1, com duas camadas homogêneas e com densidades constantes separadas por uma interface horizontal na profundidade $z_m = 1400 \ \ m$ com as seguintes características:

- Dimensões: largura: 8000,0 m; profundidade: 2800,0 m;

- Velocidades: $v_{p1} = 1500 \ m/s$ e $v_{p2} = 2500 \ m/s$;

- Parâmetros de aquisição não convencional:

  Intervalo de amostragem temporal: 0,8 ms

  Tempo de registro: 6 s

  Intervalo de amostragem espacial: $\Delta x = \Delta z$ =10 m

  Frequência da fonte: 40 Hz.

- Intervalo entre estações: 10 m

- Intervalo entre tiros: 10 m

- Ângulo de incidência crítico: $\Theta_c = 36,8°$

- Parâmetro do raio máximo: $p_{\max}(\Theta_c) = 1/vp_2 = 1/2500 = 0,0004 \ s/m$

- Delta p: $\Delta p = p_{\max}/100 = 4,0 \ x10^{-6} \ s/m$

A Figura 4.2 apresenta o gráfico teórico da variação da refletividade entre as duas camadas do Modelo 1 em função do ângulo de incidência baseado na Equação 2.10.

O ângulo crítico para estes valores de velocidades pode ser calculado pela Equação 2.6:

$$\Theta_c = sen^{-1}(\frac{v_{p1}}{v_{p2}}) = sen^{-1}(\frac{1500}{2500}) = 36,8\ graus.$$

Pode-se observar no gráfico da Figura 4.2 que para este ângulo de incidência tem-se uma reflexão total, isto é $Rp(36,8) = 1$.

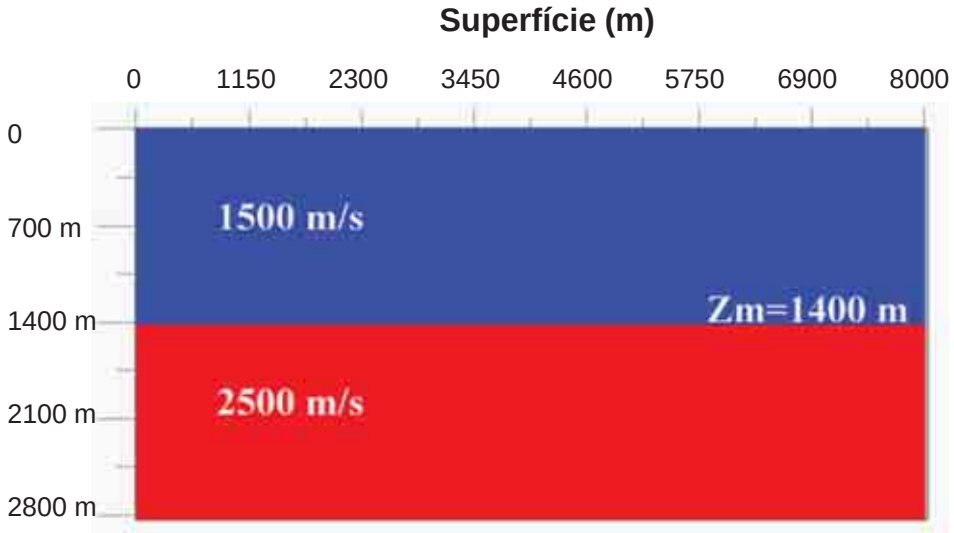


Figura 4.1: Modelo 1: modelo de velocidades acústico com duas camadas paralelas com extensão de 8000 x 2800 metros de profundidade.

A aplicação da metodologia proposta mostrará que é possível obter uma curva de variação do coeficiente de reflexão muito próxima a curva teórica, apresentada na Figura 4.2, baseada apenas nos dados sísmicos de superfície e no macro-modelo de velocidades utilizando a equação completa da onda. Para isto, são necessários os seguintes passos:

1º Passo: Escolha do ponto $\mathbf{A}(x_m, z_m)$ sobre o refletor para o qual deseja-se obter a função refletividade. No caso do Modelo 1, tem-se apenas um refletor e o ponto

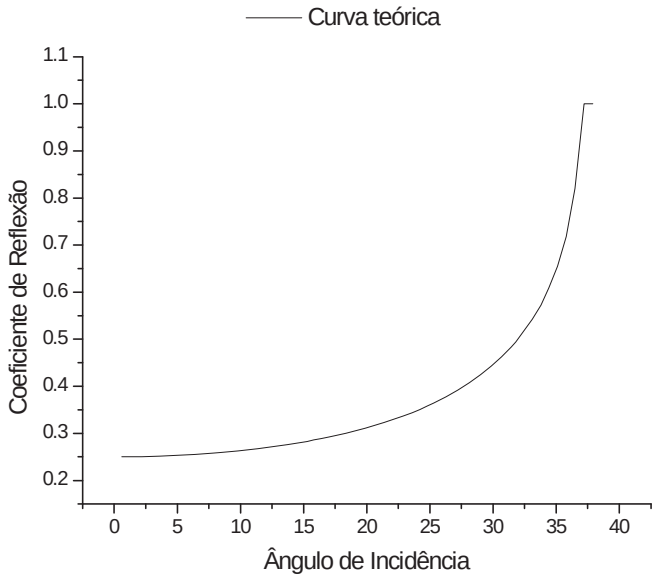


Figura 4.2: Valor teórico da variação do coeficiente de reflexão acústico em função do ângulo de incidência para qualquer ponto da interface do Modelo 1.

escolhido foi exatamente no centro do modelo e na profundidade do refletor:

$$x_m = 4000\ m\ ,$$

$$z_m = 1400\ m.$$

2º Passo: Obtenção do operador de síntese na superfície a partir da propagação do campo gerado por uma fonte pontual localizada em $\mathbf{A}(4000, 1400)$ no modelo de velocidades sem a presença do refletor, como ilustrado na Figura 4.3. Esta propagação é feita utilizando-se a equação completa da onda (Equação 3.1). Deve-se atentar que o registro na superfície deve ser feito de maneira inversa no tempo (Figura 4.4).

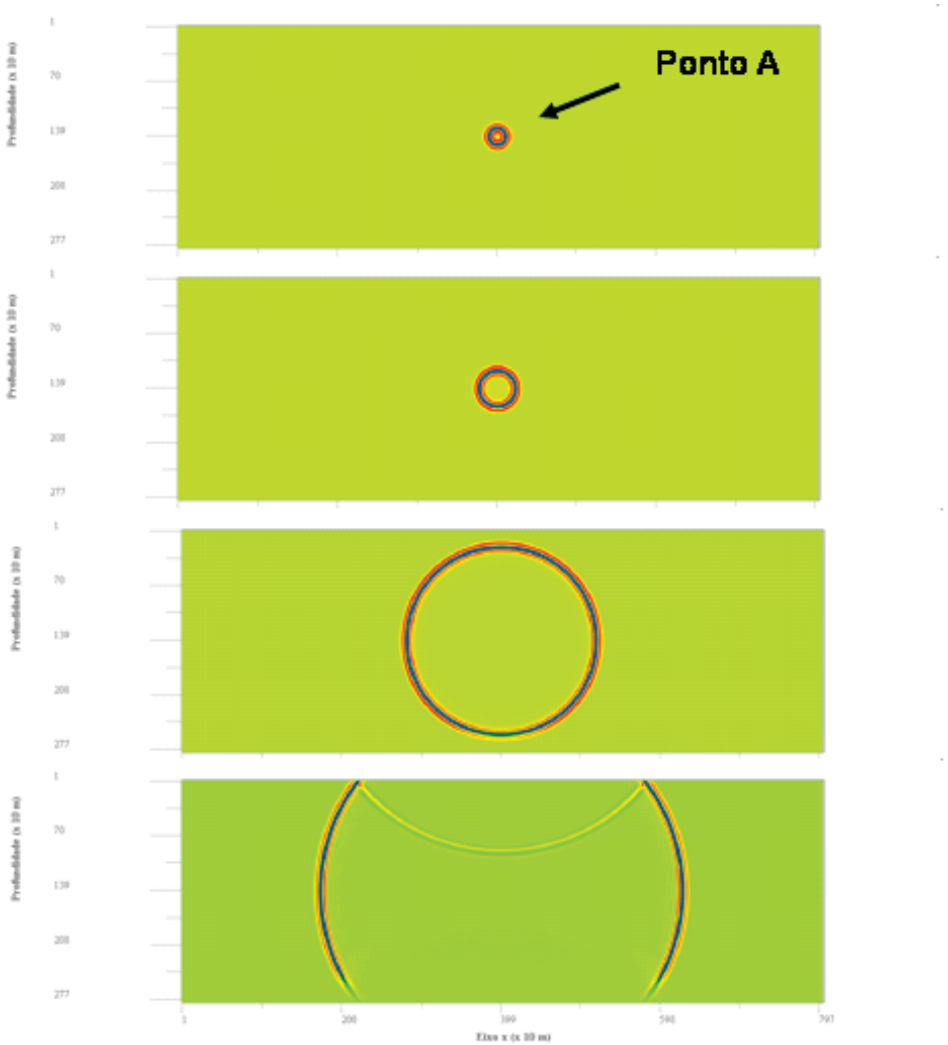


Figura 4.3: Propagação do campo de ondas gerado por uma fonte pontual localizada no Ponto $\mathbf{A}(x_m, z_m)$.

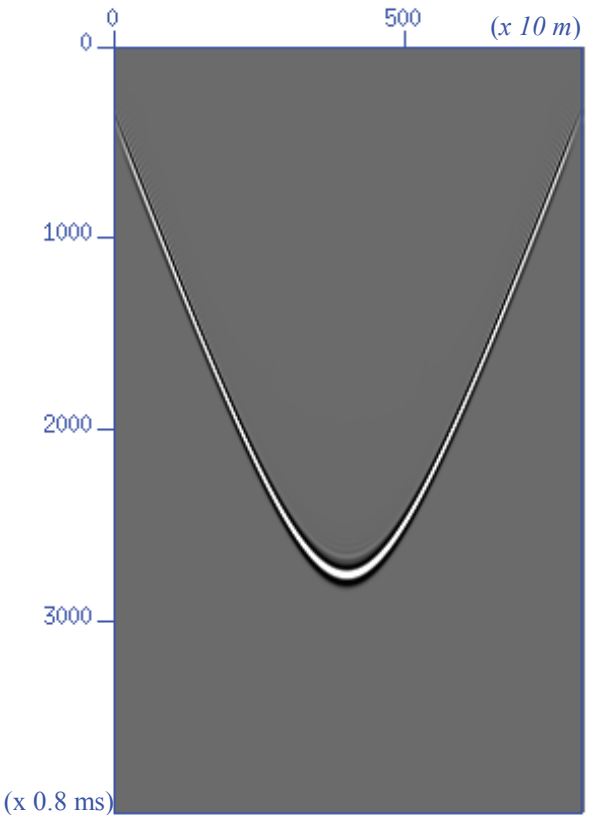


Figura 4.4: Operador de síntese obtido na superfície a partir do ponto **A**.

Passo 3: Obtenção do campo compressional incidente na profundidade do refletor $z_m = 1400m$. A propagação reversa do campo de ondas do operador de síntese dá origem ao campo compressional incidente na profundidade do refletor $z_m = 1400m$. A Figura 4.5 apresenta o registro deste campo no domínio $x - t$ (**A**) e no domínio $\tau - p$ (**B**). A área de interesse em destaque na Figura 4.5-**B** mostra as amplitudes que foram usadas nas condições de imagem das Equações 3.9 e 3.10. Estas amplitudes são apresentadas com maior detalhes na Figura 4.8-**A.**

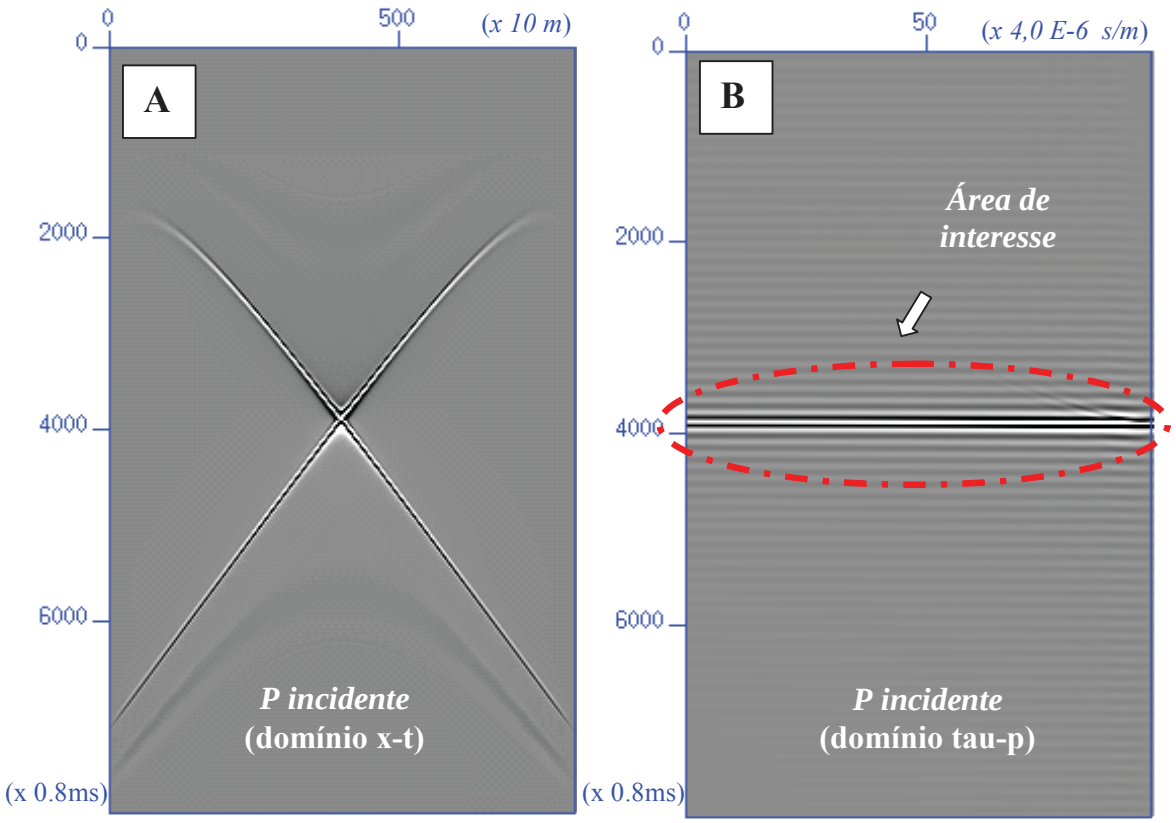


Figura 4.5: **A**: campo incidente registrado na profundidade $z_m = 1400m$ no domínio $x-t$; **B:** campo incidente no domínio $\tau - p$. A amplitude da *wavelet* dentro da área de interesse foi usada na condição de imagem.

Passo 4: Obtenção do campo refletido no novo datum de aquisição. Primeiramente, é necessário obter a família CFP na superfície, que, no caso de dados sintéticos, pode ser obtida pela propagação reversa do operador de síntese utilizando o modelo de velocidades completo (Figura 4.6-**A**). Estes registros são então redatumados para a profundidade $z_m = 1400m$ (Figura 4.6-**B**) os quais representam o campo compressional refletido nesta profundidade.

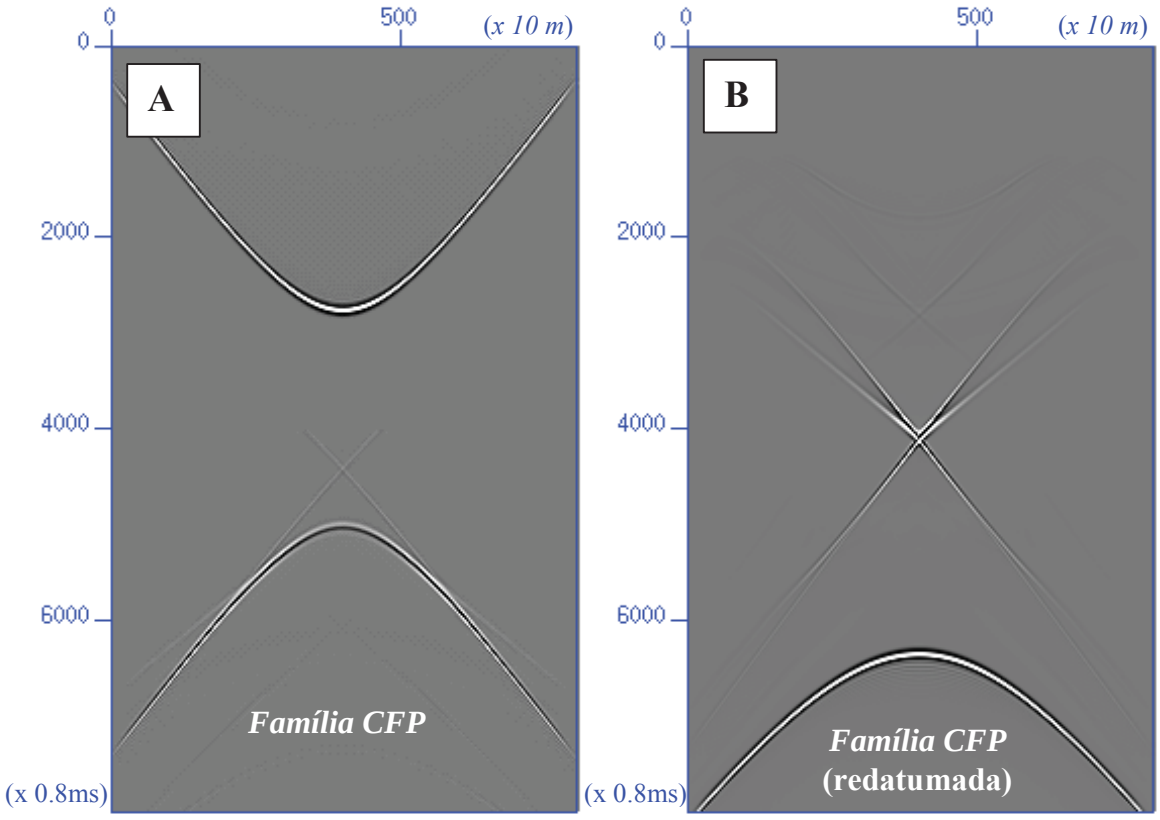


Figura 4.6: **A:** Família CFP obtida pela propagação reversa do operador de síntese com o registro na superfície; **B:** Redatumação dos dados da família CFP para a profundidade $z_m = 1400m$.

A Figura 4.7 apresenta o resultado da passagem para o domínio $\tau - p$ dos dados

da Família CFP redatumada. Em destaque estão as amplitudes que foram usadas para os cálculos das condições de imagem. Note que de maneira visível é possível observar o aumento da amplitude da *wavelet* com o aumento do valor de p (parâmetro do raio). Este aumento de amplitude pode ser melhor visualizado na Figura 4.8-**B**.

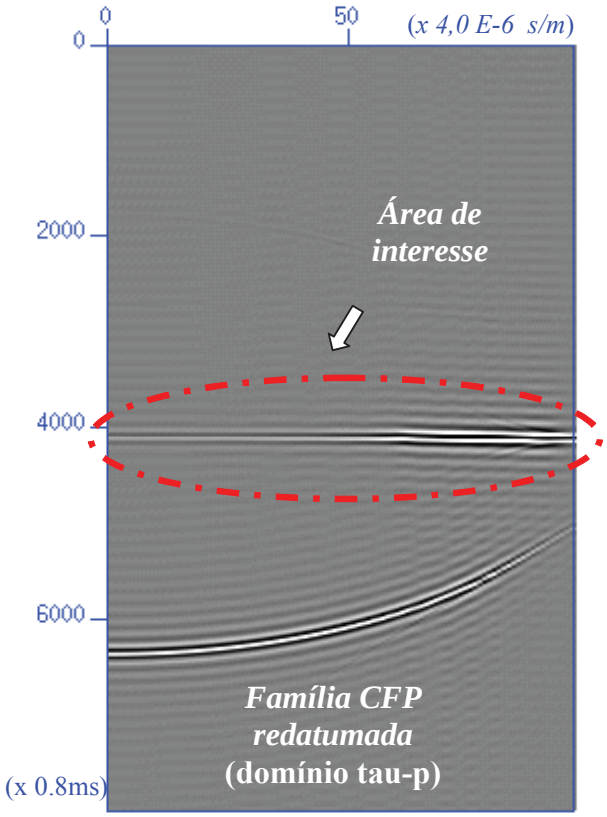


Figura 4.7: Família CFP redatumada para a profundidade $z_m = 1400m$ no domínio $\tau - p$. As amplitudes da área em destaque foram usadas na condição de imagem.

Passo 5: Obtenção das condições de imagem (Equações 3.9 e 3.10) e, consequentemente, dos coeficientes de reflexão em função do ângulo de incidência. A Figura 4.8 apresenta as amplitudes dos campos refletidos e incidentes utilizadas para geração das curvas de AVA. Estas amplitudes foram retiradas dos painéis no domínio $\tau - p$ dos

campos refletido (Figura 4.7) e incidente (Figura 4.5-**B**).

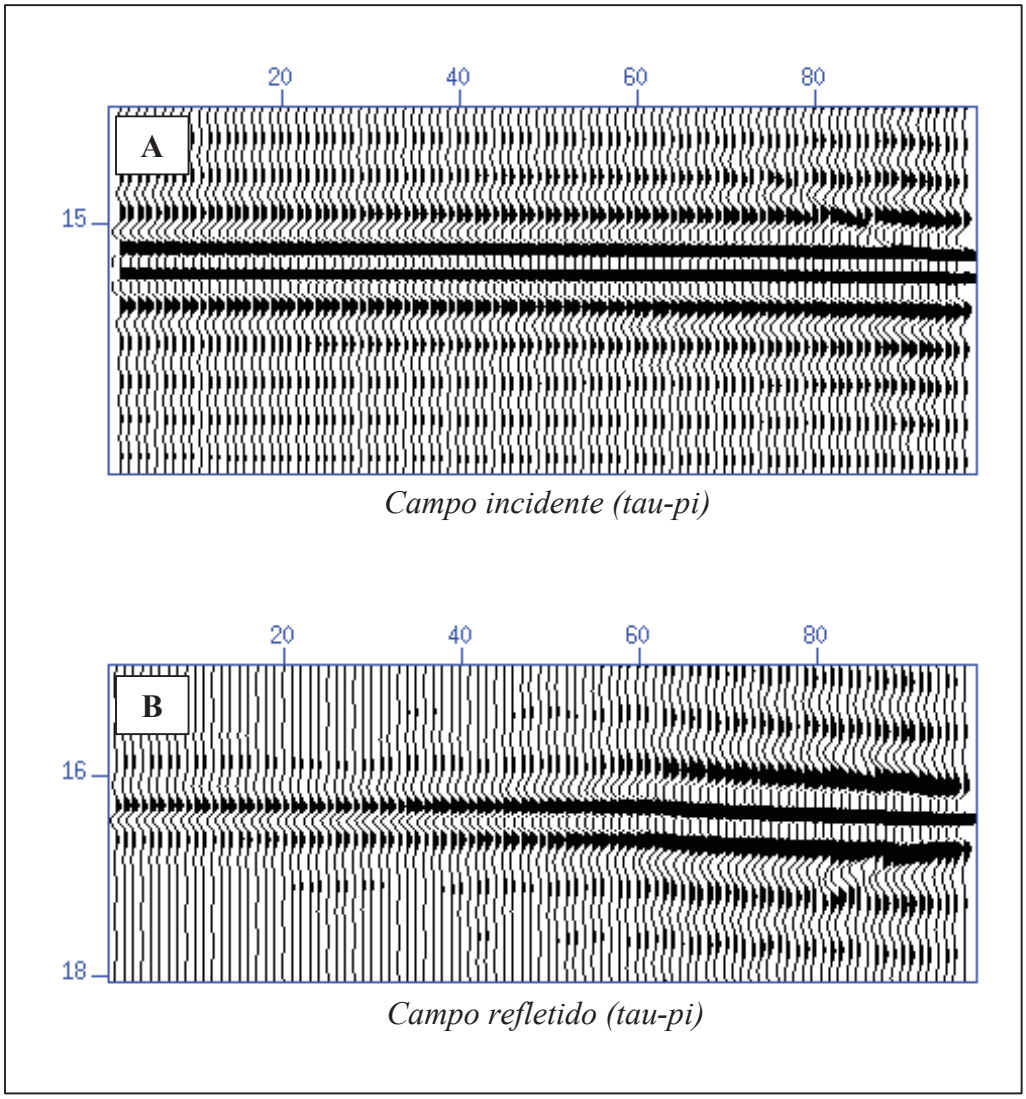


Figura 4.8: **A**: detalhes das amplitudes do campo de onda incidente no domínio $\tau - p$**;** **B:** Detalhes do campo de onda refletido no domínio $\tau - p$.

Na Figura 4.8 observa-se visualmente que não há um aumento de amplitude na *wavelet* do campo incidente (**A**), o que não acontece com o campo refletido (**B**) onde se vê um aumento da amplitude com o aumento do parâmetro do raio p (eixo x). Os valores do coeficiente de reflexão em função do ângulo baseados nas condições de ima-

gens da amplitude máxima e da soma do módulo das amplitudes são apresentados na Figura 4.9 juntamente com a respectiva solução analítica (teórica).Pode-se observar que para o modelo de velocidades proposto os valores dos coeficientes de reflexão encontrados utilizando-se a metodologia proposta nesta tese apresentam uma boa correlação com o valor analítico.

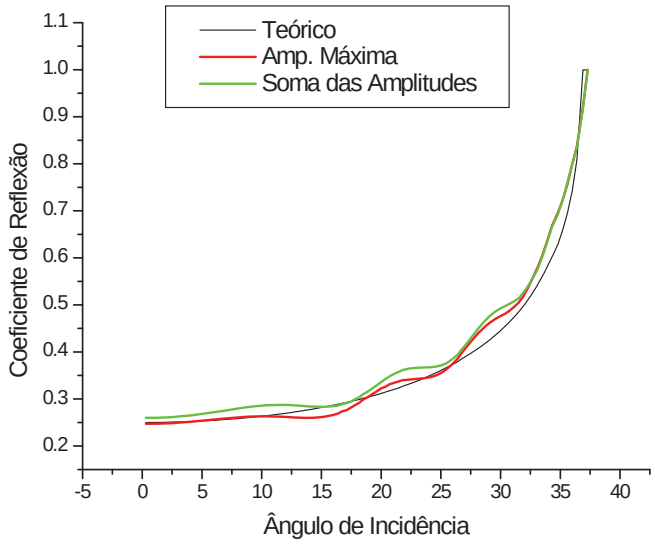


Figura 4.9: Curvas de variações dos coeficientes de reflexão em função do ângulo de incidência para o caso teórico e para as condições de imagem encontradas com a metodologia proposta.

Ainda em relação a Figura 4.9, nota-se que há algumas oscilações das amplitudes obtidas para as duas condições de imagem em relação à curva teórica. Estas oscilações, possivelmente, são interferências de outras reflexões do modelo que acontecem durante a propagação reversa do campo, tais como, condições de contorno e múltiplas de superfície. Outras técnicas de extrapolações devem ser testadas com o fim de minimizar estes efeitos, tais como, o uso da equação da onda não-reflexiva, ou ainda, tentar silenciar algumas

reflexões antes da mudança para o domínio $\tau - p$.

4.2.2 Modelo Complexo

Nesta seção serão apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta nesta tese para o caso acústico 2-D utilizando um modelo com uma maior complexidade estrutural. O modelo, a partir deste ponto denominado Anticlinal, foi publicado por Santos et al., 2006 [58] onde o autor ilustrou a aplicação da técnica CFP (*Commnon Focus Point*) com o objetivo de melhorar a qualidade da imagem sísmica em áreas com o sinal sísmico deteriorado devido à presença de interfaces rasas irregulares. Este modelo simula uma região altamente recortada por canais (*canyons*) submarinos recentes que proporcionam abruptas variações laterais de velocidade no leito marinho, como observado em alguns locais do litoral brasileiro. Um exagero na batimetria acidentada foi propositalmente criado com a intenção de maximizar a deterioração do dado sísmico já no primeiro contato com o fundo oceânico.

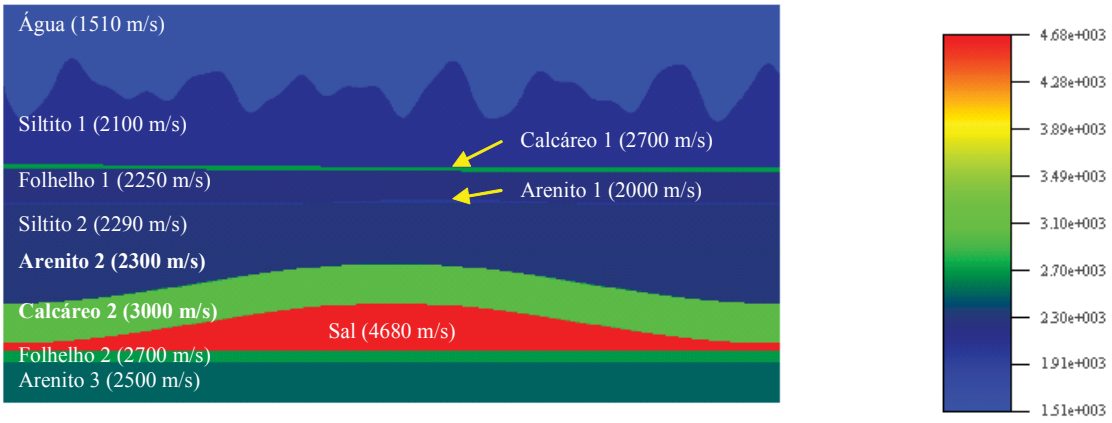


Figura 4.10: Modelo geológico utilizado na aplicação da técnica CFP em ambientes com alta complexidade na topografia do fundo oceânico.

O modelo descrito na Figura 4.10 foi originalmente utilizado para a aplicação da metodologia proposta neste trabalho. Foi feito o levantamento da variação do coeficiente

de reflexão entre as camadas Arenito 2 e Calcáreo 2, baseado nos valores inicialmente propostos no modelo original, isto é, Vp_1=2300 m/s e Vp_2=3000 m/s.

Posteriormente, foi criada uma estrutura no topo do anticlinal formado pela camada Calcáreo-2 (Figura 4.11) com o objetivo de simular outros dois diferentes contrastes de impedância entre esta camada e a imediatamente acima (Arenito-2). Nestas simulações, o valor de Vp_2 foi alterado para 2700 e 1900 m/s. As demais velocidades permaneceram iguais ao modelo original.

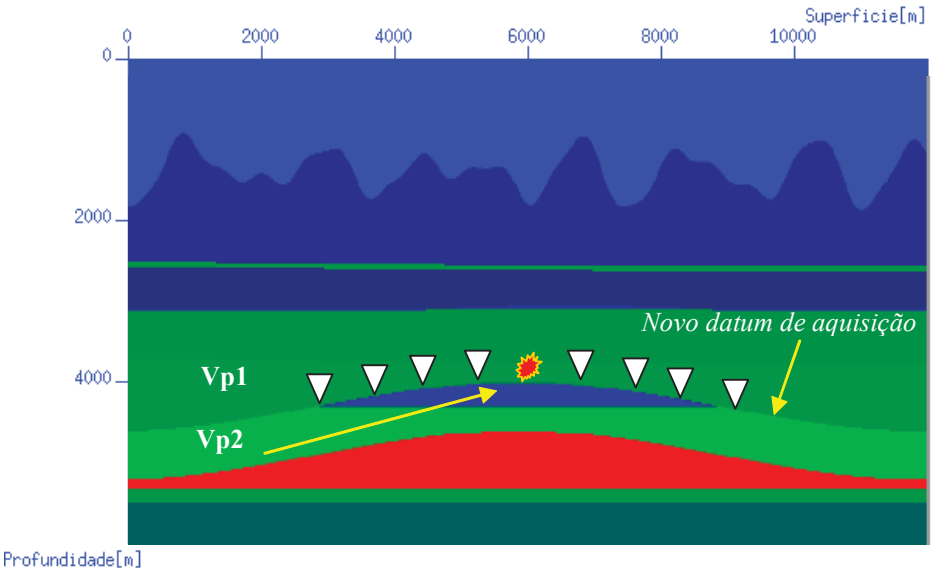


Figura 4.11: Modelo de velocidades alterado para aplicação da metodologia proposta para o caso acústico complexo. O ponto **A** foi posicionado a 12 m do topo do anticlinal formado pela camada Vp2.

Na Figura 4.11 pode ser visualizado o ponto **A** posicionado no topo do anticlinal a partir do qual foi gerado um campo de ondas produzido por uma fonte pontual do tipo Ricker. Além deste ponto, também podem ser vistas as posições dos receptores que estão distribuídos ao longo da interface entre Vp_1 e Vp_2.

Os parâmetros utilizados na modelagem e extrapolações dos campos de ondas acústicos para o modelo de velocidades proposto na Figura 4.11 foram os seguintes:

- Dimensões: largura: 12,0 km; profundidade: 6,0 Km;
- Densidades constantes e iguais a 1,0 g/cm^3;
- Parâmetros de aquisição não convencional:
  - Intervalo de amostragem temporal: 0,5 ms
  - Tempo de registro: 7,0 s
  - Intervalo de amostragem espacial: $\Delta x = \Delta z = 12$ m
  - Intervalo entre estações: 12,0 m
  - Intervalo entre tiros: 12,0 m
  - Frequência da fonte sísmica: 40 Hz
- Parâmetro do raio máximo: $pmax = 400$ x 10^{-6}s/m
- *Delta p*: $\Delta p = 4{,}0$ x 10^{-6} s/m

Foram seguidos os passos apresentados no capítulo anterior para aplicação da metodologia proposta para o caso acústico, que são os seguintes:

1° Passo: Escolha do ponto $\mathbf{A}(x_m, z_m)$ sobre o refletor para qual deseja-se obter a função refletividade. Neste caso, o objetivo foi de obter a função refletividade da interface do topo do anticlinal, portanto, optou-se por um ponto localizado 12 m acima deste nas seguintes coordenadas:

x_m =6.000 m,

z_m =3.912 m.

2° Passo: Obtenção do campo de ondas e, consequentemente, do operador de síntese na

superfície a partir da propagação do campo gerado por uma fonte pontual localizada em **A** (6.000m, 3.912m). Esta propagação é feita utilizando-se a equação da onda para o caso acústico, descrita no capítulo anterior (Equação 3.2). O registro deste campo na superfície deve ser feito de maneira inversa no tempo.

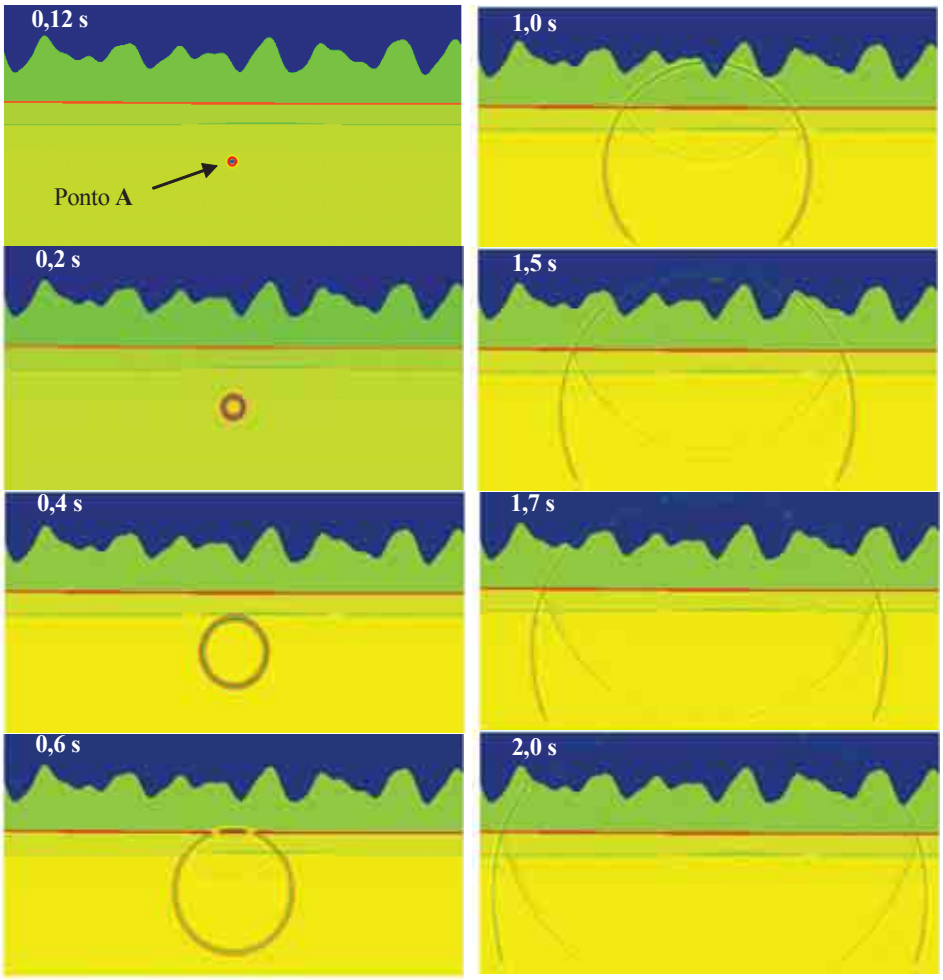


Figura 4.12: *Snapshots* da propagação do campo de onda gerado por uma fonte pontual posicionada em A.

A Figura 4.12 apresenta os *snapshots* da propagação do campo de ondas compressional gerado pela fonte pontual localizada no ponto **A**. Pode-se observar que o modelo de velocidades utilizado para obtenção do operador de síntese não contempla as camadas

que estão abaixo deste ponto. Isto se deve ao fato de que para o cálculo do operador de síntese e para a redatumação dos dados de superfície com o objetivo de imagear apenas um ponto, somente são necessárias as informações geológicas que estão entre a superfície onde foram registrados os sismogramas e o novo datum de aquisição. A Figura 4.13 apresenta o operador de síntese obtido através do registro na superfície da resposta impulsiva do meio a partir da fonte no ponto A.

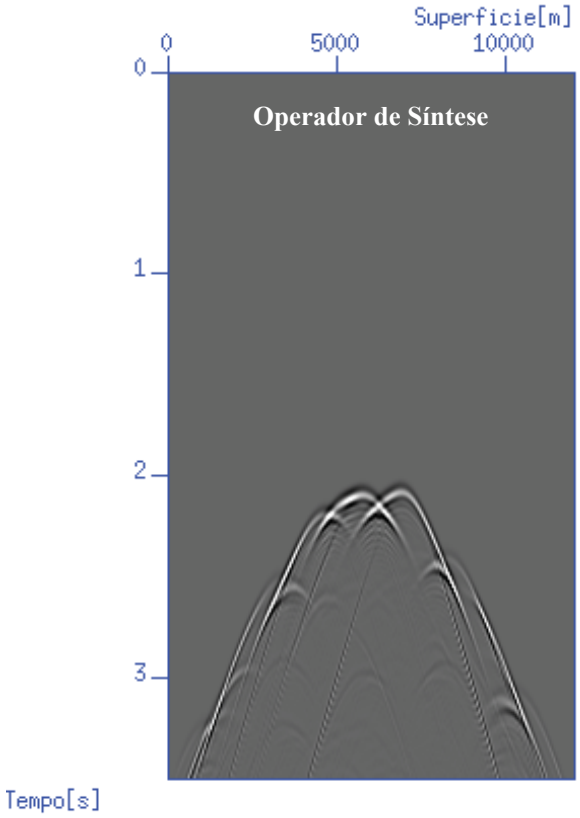


Figura 4.13: Operador de síntese obtido na superfície a partir da fonte impulsiva posicionada no ponto **A**.

3° Passo: Obtenção do campo de ondas incidente no ponto **A**. A propagação reversa do campo registrado no passo anterior dá origem ao campo compressional incidente

na profundidade do refletor em estudo. A Figura 4.14 apresenta os *snapshots* da propagação reversa do operador de síntese, o qual colapsa no ponto **A**. O registro deste campo no novo datum de aquisição no domínio x-t e no domínio $\tau - p$ são apresentados na Figura 4.15.

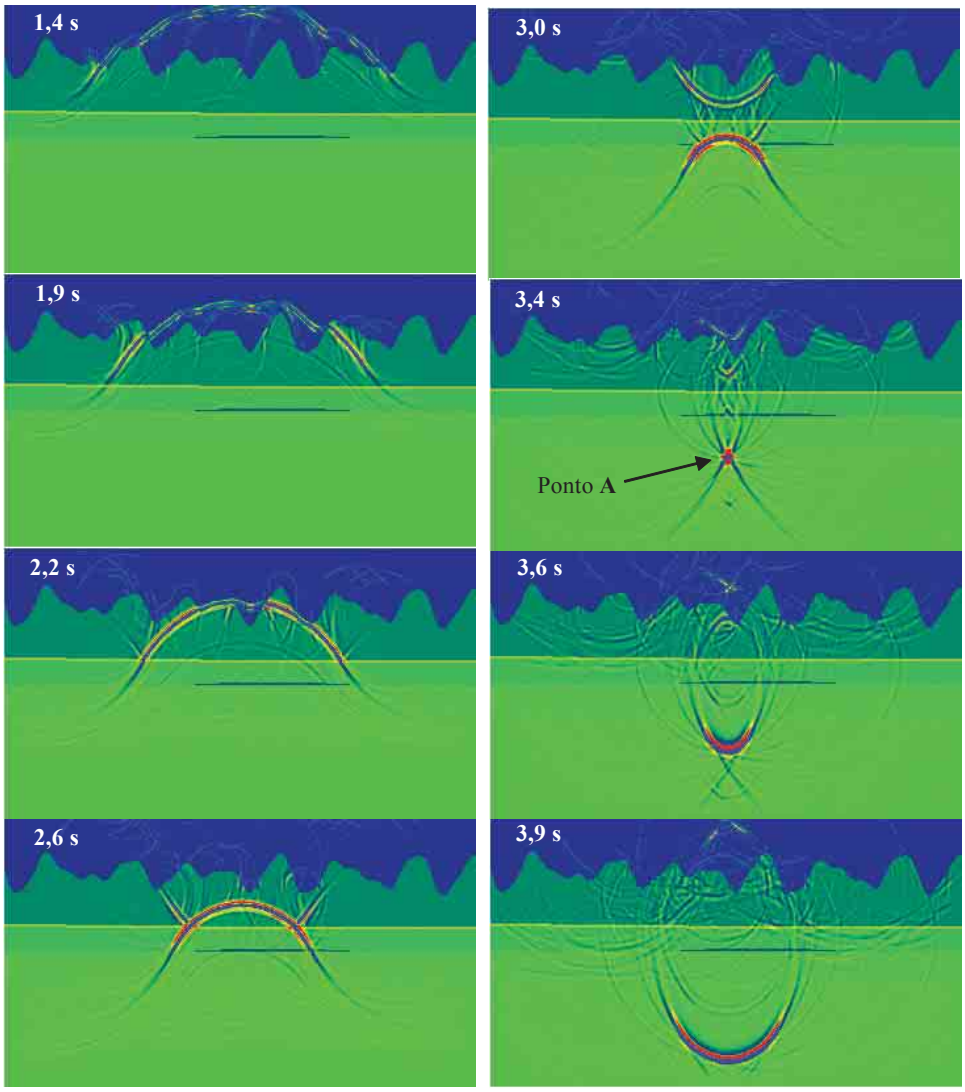


Figura 4.14: *Snapshots* da propagação reversa do operador de síntese. O registro do campo incidente no ponto A será usado para gerar as condições de imagem no 5° passo.

A área de interesse em destaque na Figura 4.15 mostra as amplitudes do campo

incidente (P_{inc}) usadas para gerar as condições de imagem calculadas no 5° passo.

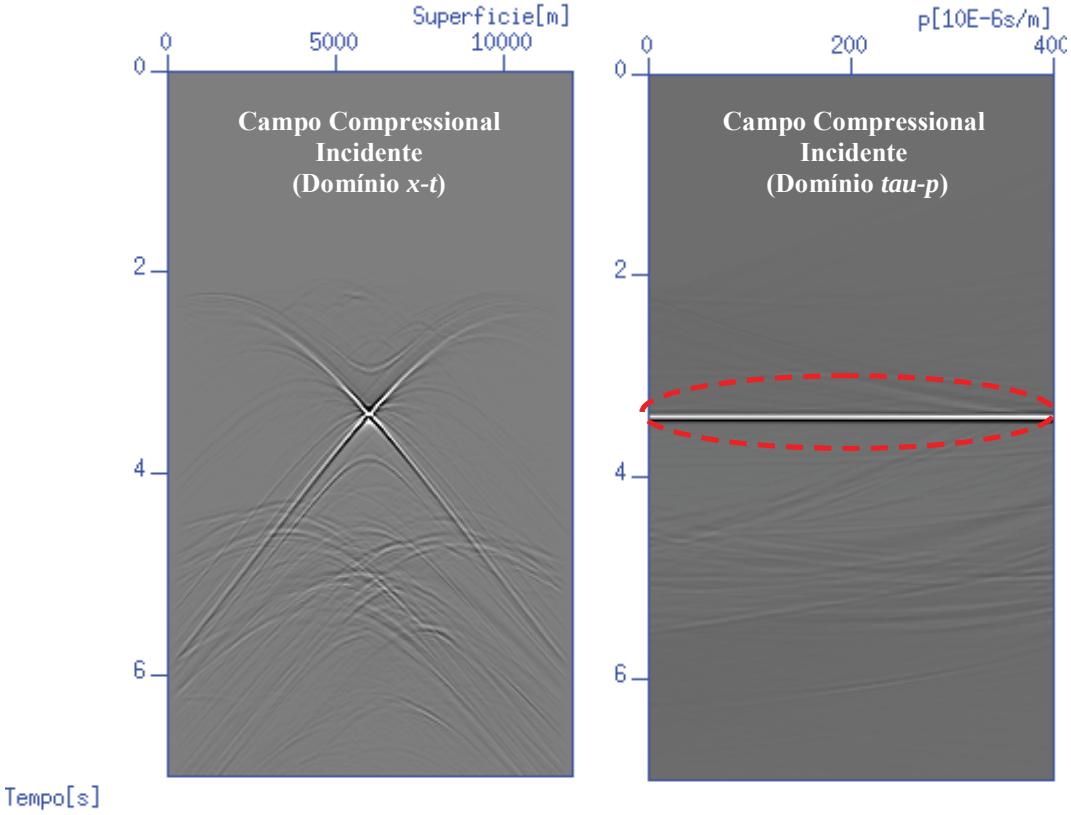


Figura 4.15: Campo compressional incidente no novo datum de aquisição no domínio x-t (esquerda) e no domínio *tau-p* (direita). A área em destaque mostra as amplitudes que são usadas nos cálculos das condições de imagem.

4° Passo: Neste passo foi obtido o campo refletido no novo datum de aquisição, que neste caso está a 12 m acima da camada Vp_2 (Figura 4.11). Para atingir este objetivo, foi necessária a geração da família CFP, que para o caso de dados sintéticos pode ser obtida de duas maneiras (Boechat, 2007 [7]). A primeira, pelo processo de convolução do operador de síntese com os dados sísmicos previamente adquiridos na superfície e, a segunda, pela propagação reversa do operador de síntese, registrando na superfície o campo de ondas que retorna das reflexões nas interfaces do modelo

de velocidades. Este procedimento é valido para sistemas de aquisição ao longo de todo o modelo. Para esta propagação deve-se usar o modelo de velocidades com todas as camadas. Nesta tese foi utilizado o segundo processo para gerar a família CFP. Os *snapshots* desta propagação estão na Figura 4.16 enquanto que a família CFP pode ser visualizada na Figura 4.17.

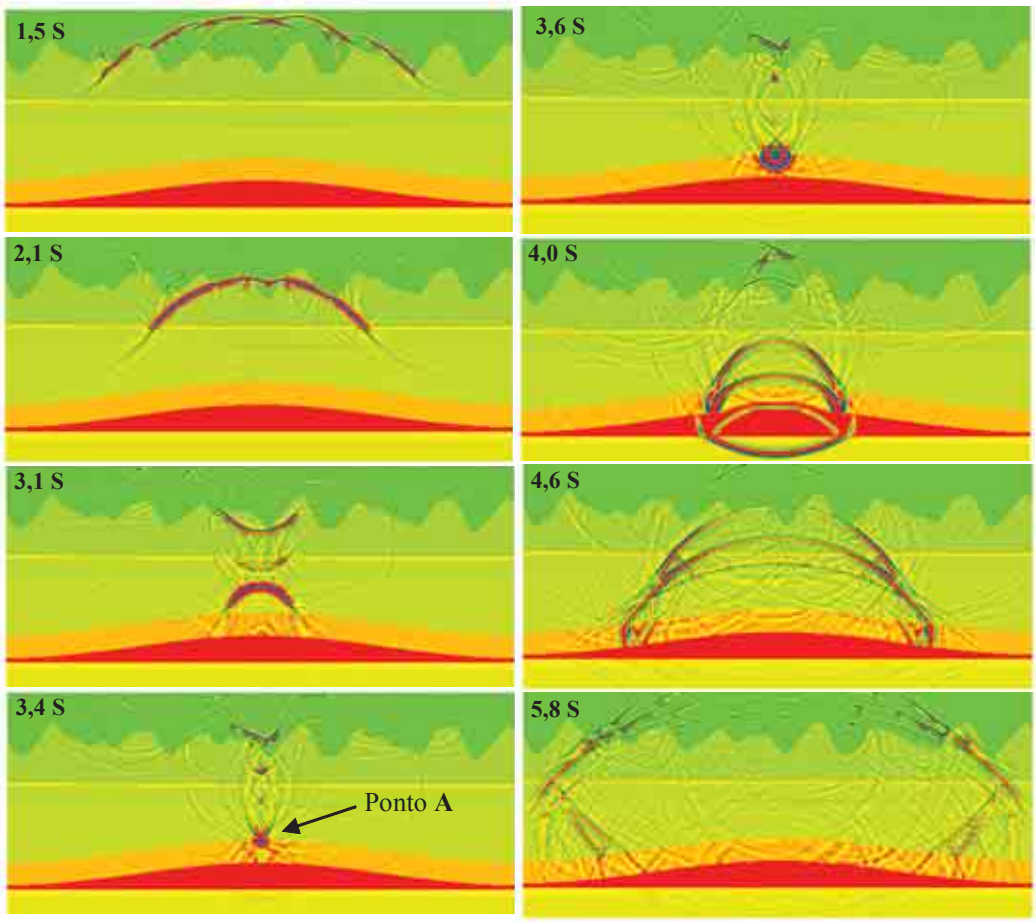


Figura 4.16: *Snapshots* da propagação do operador de síntese no modelo de velocidades completo com o objetivo de gerar a família CFP na superfície.

O campo de ondas da família CFP na superfície (Figura 4.17) foi redatumado para o novo datum de aquisição. Desta forma, as variações de amplitudes contidas neste

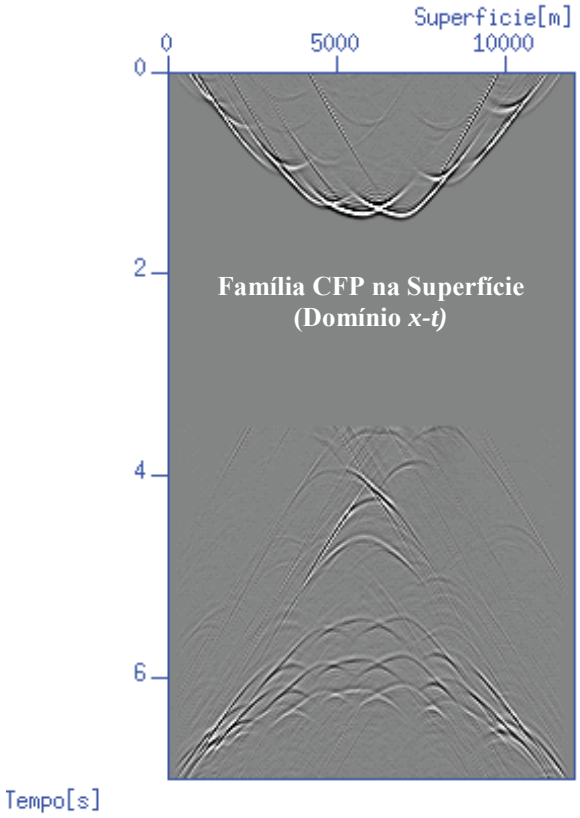


Figura 4.17: Família CFP gerada na superfície do modelo. Pode ser observada a complexidade do campo compressional na parte final deste registro.

registro, que são essencialmente o campo de ondas refletido nas interfaces do modelo, foram levadas para o ponto A.

Os *snapshots* da redatumação da família CFP são apresentados na Figura 4.18. Observa-se mais uma vez, ou seja, assim como no cálculo do campo incidente, que o campo refletido colapsa no ponto **A,** levando para este datum as informações das variações da amplitude com o ângulo de incidência. Na Figura 4.18 ainda pode ser observado como o campo de ondas inicialmente disforme se transforma em uma frente de ondas bem comportada após passar pela complexa topografia do fundo oceânico.

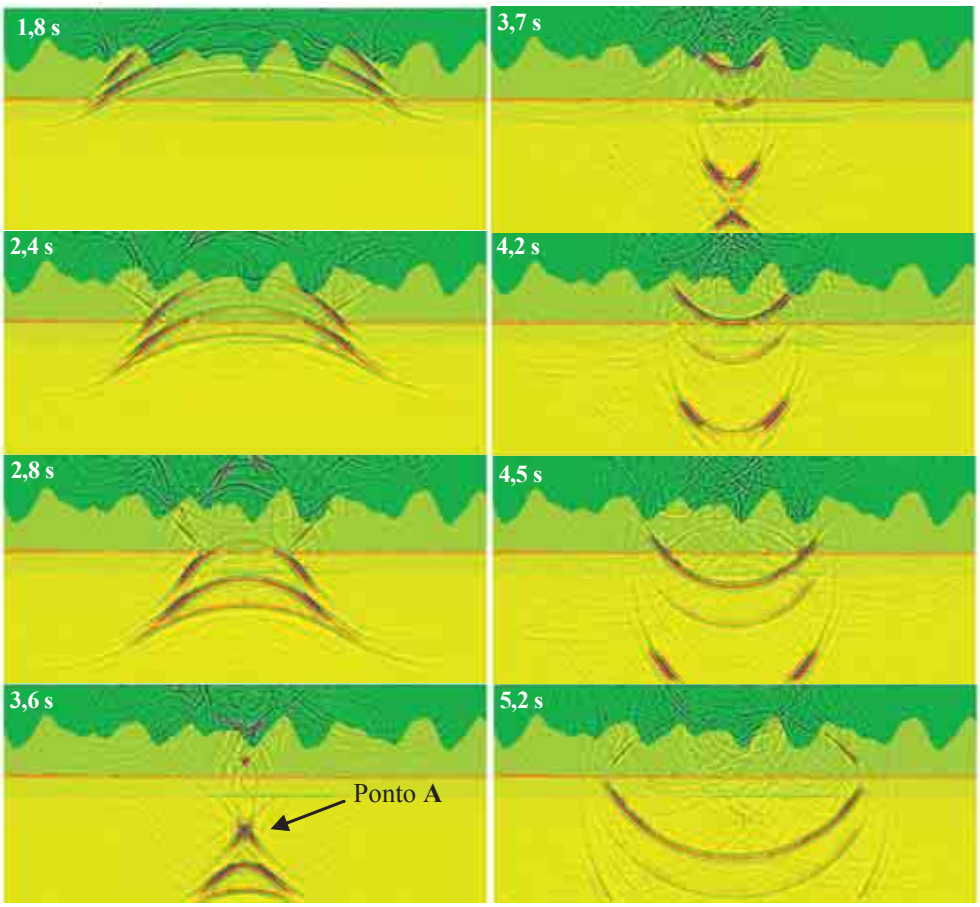


Figura 4.18: Snapshots da redatumação da família CFP para o novo datum de aquisição.

A Figura 4.19 apresenta a família CFP redatumada no domínio x-t e no domínio $\tau - p$, onde estão destacadas as amplitudes do campo refletido a serem usadas para o cálculo do coeficiente de reflexão Rp.

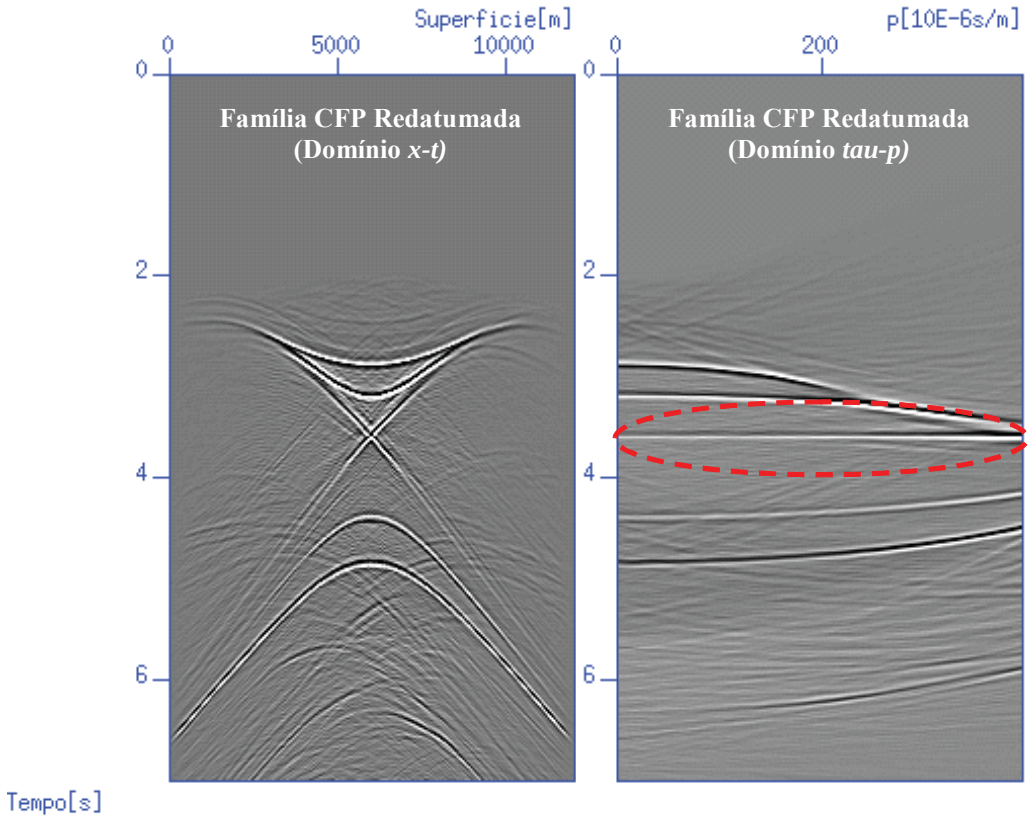


Figura 4.19: Família CFP redatumada para o novo datum de aquisição no domínio x-t (esquerda) e no domínio *tau-p* (direita). Na área em destaque estão as amplitudes do campo refletido usadas no cálculo das condições de imagem.

5° Passo: Neste passo foram calculados os coeficientes de reflexão em função do ângulo de incidência para as condições de imagem baseadas na amplitude máxima e na soma das amplitudes da *wavelet* propostas nas Equações 3.9 e 3.10, respectivamente. As amplitudes do campo refletido (Pref) foram obtidas a partir da redatumação da família CFP (Figura 4.19) e o campo incidente (Pinc) foi obtido após a propagação

reversa do operador de síntese (Figura 4.15), ambos apresentados no domínio *tau-p*. O gráfico de variação de amplitude em função do ângulo de incidência para o coeficiente Rp é apresentado na Figura 4.20 juntamente com o valor analítico dado pela Equação 2.10.

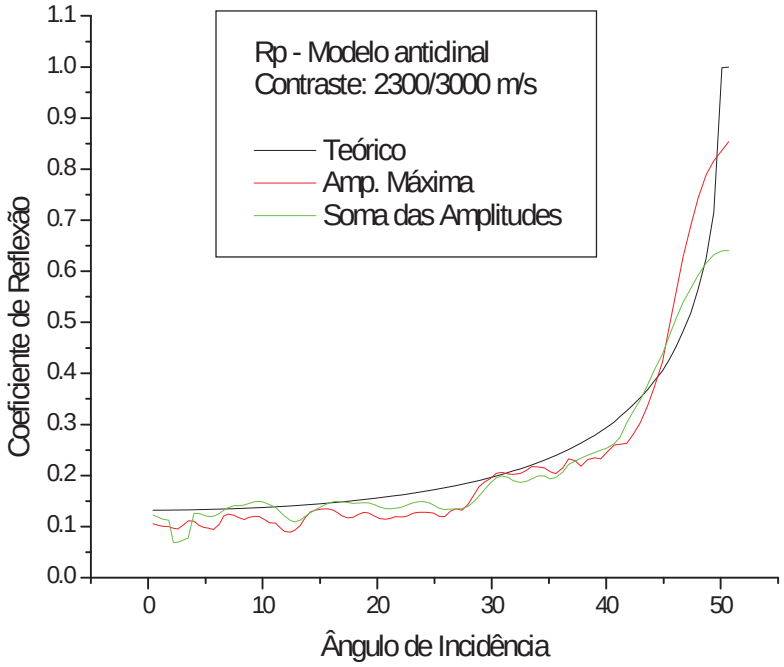


Figura 4.20: Variação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para o contraste de velocidades 2300/3000 m/s proposto no modelo original entre as camadas Vp1 e Vp2.

Na Figura 4.20 pode ser observado que, desde o *zero-offset* até ao ângulo crítico ($\Theta_c = sen^{-1} vp_1/vp_2 = 50°$), os valores encontrados para a variação do coeficiente de reflexão acústico (Rp) são muito próximos dos valores teóricos. Comparando-se as duas condições de imagem, para ângulos abaixo de 40°, pode-se notar que a baseada na soma das amplitudes obteve uma leve vantagem em relação à baseada apenas na amplitude

máxima.

Para fins de avaliar a aplicação desta metodologia a outros contrastes de impedância, foram simuladas mais duas situações:

Situação 1 - Contraste mais suave:

$Vp_1 = 2300$ m/s,

$Vp_2 = 2700$ m/s.

Situação 2 - Contraste negativo:

$Vp_1 = 2300$ m/s,

$Vp_2 = 1900$ m/s.

Para ambas foram seguidos os mesmos passos da aplicação ao modelo original e os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 4.21 e 4.22.

Pode-se observar na Figura 4.21 que as curvas encontradas para os coeficientes de reflexão da Situação 1 - contraste suave - apresentam valores mais próximos do valor teórico do que as encontradas para o contraste 2300/3000 m/s (Figura 4.20) do modelo original. Considerando-se os valores encontrados desde o *zero-offset* até o ângulo de 40°, observa-se que não houve diferença significativa entre as duas condições de imagem propostas. Para os valores acima de 40° e até o ângulo crítico, que neste caso é de 58°, ambas as curvas apresentaram valores bastante defasados do valor teórico. Possivelmente, este resultado deve-se ao fato de que o campo de ondas refletido para as dimensões deste modelo de velocidades e para a profundidade do refletor em estudo não contém informações destes ângulos de incidência.

Para o caso da Situação 2 – contraste negativo – pode-se notar na Figura 4.22

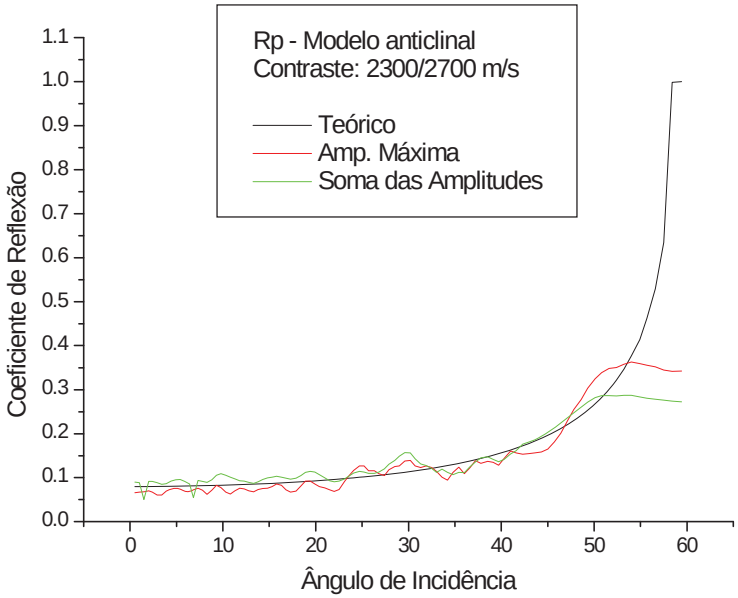


Figura 4.21: Variação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para o contraste de velocidades 2300/2700 m/s das camadas Vp1 e Vp2.

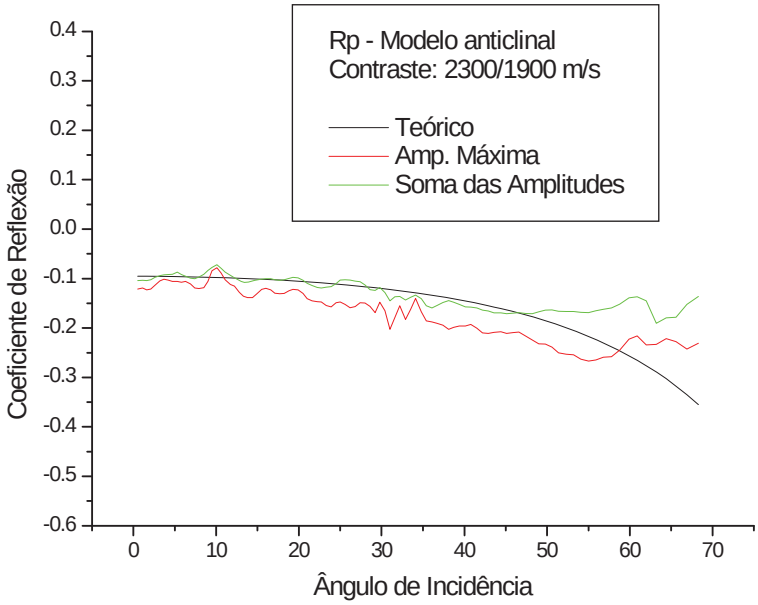


Figura 4.22: Variação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para o contraste de velocidades 2300/1900 m/s das camadas Vp1 e Vp2.

que a condição de imagem baseada na soma do módulo das amplitudes forneceu uma curva de variação do coeficiente Rp com um erro muito menor do que a baseada apenas na amplitude máxima, pelo menos até ângulos de incidência próximos de 50°.

Baseado nos resultados encontrados pode-se dizer que a metodologia proposta para a obtenção da curva de variação do coeficiente de reflexão acústico em função do ângulo de incidência mostrou-se bastante satisfatória tanto para o contraste de impedância do modelo original quanto para as outras duas situações propostas.

4.3 Caso Acústico 3-D

Nesta seção serão apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta nesta tese para o caso acústico 3-D utilizando o modelo de velocidades denominado *Overthrust*. Este foi concebido a partir dos esforços de geólogos, geofísicos e cientistas da computação de várias organizações mundiais em um projeto conjunto entre a SEG (*Society of Exploration Geophysicists*) e a EAGE (*European Association of Geoscientists & Engineers*), Aminzadeh et al., 1996 [59]. A geometria deste modelo foi criada para produzir um dado sísmico complexo que exija técnicas de processamento avançadas para o correto imageamento das suas estruturas.

Devido ao elevado custo computacional necessário para processar os dados sísmicos oriundos deste modelo com suas dimensões originais utilizando-se um código de processamento serial, foi feita uma re-amostragem das dimensões x e y. A dimensão z permaneceu igual ao modelo original, já que esta não é tão extensa quanto aquelas. Devido às limitações do tamanho da malha de diferenças finitas, foi utilizando um intervalo de amostragem espacial de 12 m ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = 12$), o que acarretou em uma alteração nas dimensões originais do modelo de velocidades resultando em 4,8 x 4,8 x 2,25 Km (Figura 4.23) de extensão, o que equivale a uma malha de diferenças finitas com mais 30 milhões de nós.

O ponto **A**, a partir do qual foi propagado o campo de ondas de uma fonte pontual, está posicionado a 12 m acima da interface escolhida para estudo, a qual tem profundidade de 1404 m. A camada Vp_1 que está exatamente acima desta interface possui velocidade compressional de 4250 m/s, enquanto que a camada subjacente, Vp_2,

tem velocidade de 5500 m/s.

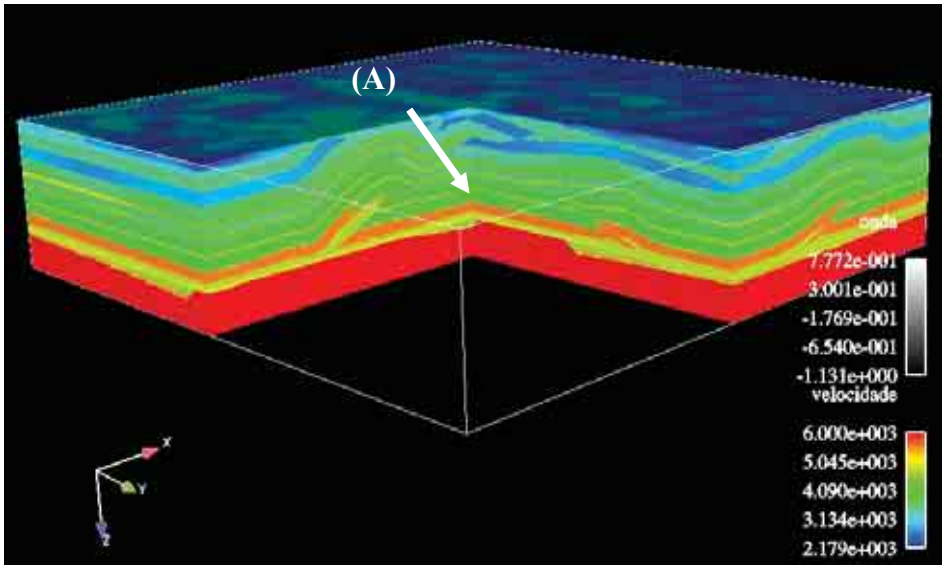


Figura 4.23: Cubo de velocidades *Overthrust* SEG/EAGE com dimensões 4,8 x 4,8 x 2,25 Km. A seta indica a interface escolhida para estudo e o posicionamento do ponto **A**.

Uma seção transversal no plano x-z cortando o eixo y exatamente sobre o ponto **A** pode ser visualizada na Figura 4.24. Observa-se esquematicamente nesta figura a disposição dos receptores que estão distribuídos ao longo da interface entre Vp_1 e Vp_2 no novo datum de aquisição, para o qual foi redatumada a família CFP.

Os parâmetros utilizados na modelagem tridimensional e extrapolações dos campos de ondas acústicos para o modelo de velocidades *Overthrust* proposto na Figura 1 foram os seguintes:

- Dimensões: 4,8 x 4,8 x 2,25 km;

- Malha de diferenças finitas: 401 x 401 x 187 = 30.069.787 nós;

- Densidades constantes e iguais a 1,0 g/cm^3;

- Parâmetros de aquisição (não convencional):

- Intervalo de amostragem temporal: 0,6 ms

- Tempo de registro: 2,4 s

- Intervalo de amostragem espacial: $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 12$ m

- Intervalo entre estações: 12,0 m

- Intervalo entre tiros: 12,0 m

- Frequência da fonte sísmica: 50 Hz

- Parâmetro do raio máximo: $pmax = 200$ x 10^{-6} s/m

- Delta p: $\Delta p = 2$ x 10^{-6} s/m

A seguir serão apresentados os passos necessários para o estudo da variação das amplitudes do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para a interface entre Vp_1 e Vp_2 utilizando a metodologia apresentada no capítulo anterior para o caso acústico 3-D:

1° Passo: Escolha do ponto **A** (x_m, y_m, z_m) sobre o refletor para o qual deseja-se obter a função refletividade. Neste caso optou-se por um ponto localizado 12 m acima da interface entre Vp1 e Vp2, nas seguintes coordenadas:

$x_m = 2400$ m,

$y_m = 2400$ m,

$z_m = 1392$ m.

2° Passo: Obtenção do operador de síntese na superfície a partir da propagação do campo gerado por uma fonte pontual localizada em **A**. Esta propagação foi feita utilizando-se a equação completa da onda para o caso acústico descrita no capítulo anterior. O registro deste campo na superfície foi feito de maneira inversa no tempo.

A Figura 4.25 apresenta os *snapshots* da propagação do campo de ondas compressionais gerado pela fonte pontual localizada no ponto A. Observa-se a partir do instante 0,56 s a chegada do campo compressional na superfície do modelo. Pode-se também observar que o modelo de velocidades utilizado foi modificado de tal forma a não apresentar contrastes de impedância abaixo do ponto **A**. Isto se deve ao fato de que para o cálculo do operador de síntese e para a redatumação dos dados de superfície com o objetivo de imagear apenas um ponto, somente são necessárias as informações geológicas que estão entre a superfície onde foram registrados os sismogramas e o novo datum de aquisição. A Figura 4.26 apresenta o plano *x*-*z* do operador de síntese tridimensional obtido através do registro na superfície da resposta impulsiva do meio a partir da fonte no ponto **A**.

3° Passo: Obtenção do campo compressional incidente no ponto **A**. A propagação reversa do operador de síntese no modelo sem o refletor, isto é, sem a camada Vp_2 deu origem ao campo compressional incidente na profundidade do refletor em estudo. A Figura 4.27 apresenta os *snapshots* da propagação reversa deste operador, o qual colapsa no ponto **A**. O registro deste campo incidente no novo datum de aquisição no domínio *x*-*t* e no domínio $\tau - p$ são apresentados na Figura 4.28.

A área de interesse em destaque na Figura 4.28 mostra as amplitudes do campo incidente no plano *x*-*z* (Pinc) usadas para gerar as condições de imagem calculadas no 5° passo.

4° Passo: Obtenção do campo refletido no novo datum de aquisição, que neste caso está 12 m acima da camada Vp_2 (Figura 4.24). Para obter este campo foi necessária a geração da família CFP, que para o caso de dados sintéticos pode ser obtida pela

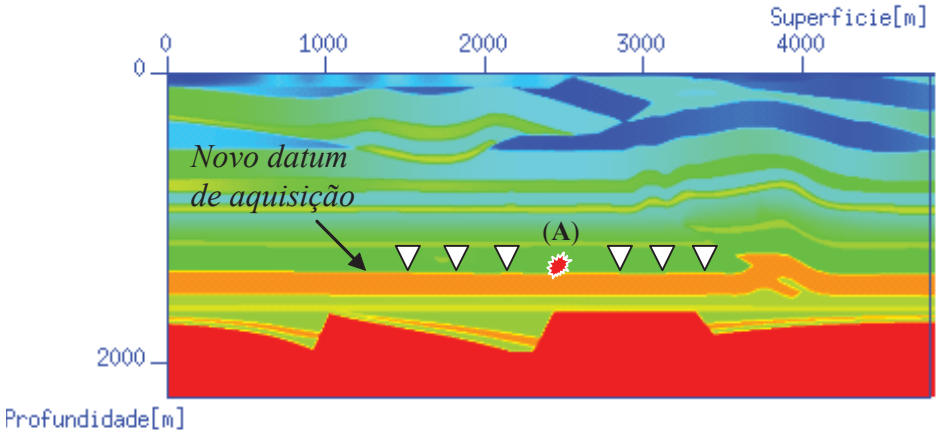


Figura 4.24: Modelo de velocidade *Overthrust* (plano *x*-*z*) mostrando a disposição dos receptores no novo datum de aquisição a 12 m acima da camada Vp2.

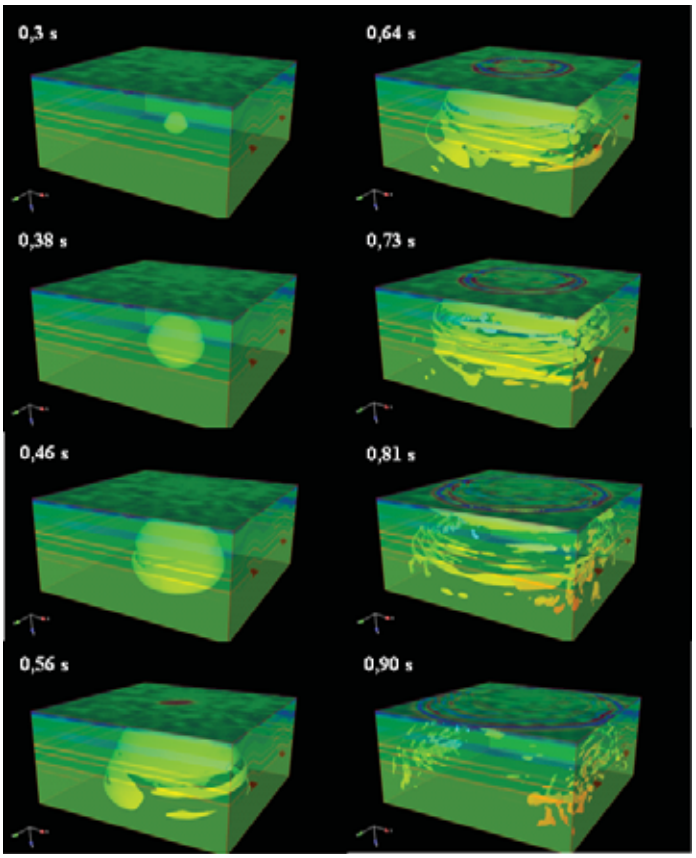


Figura 4.25: *Snapshots* da propagação do campo de onda gerado por uma fonte pontual posicionada nas coordenadas do ponto A.

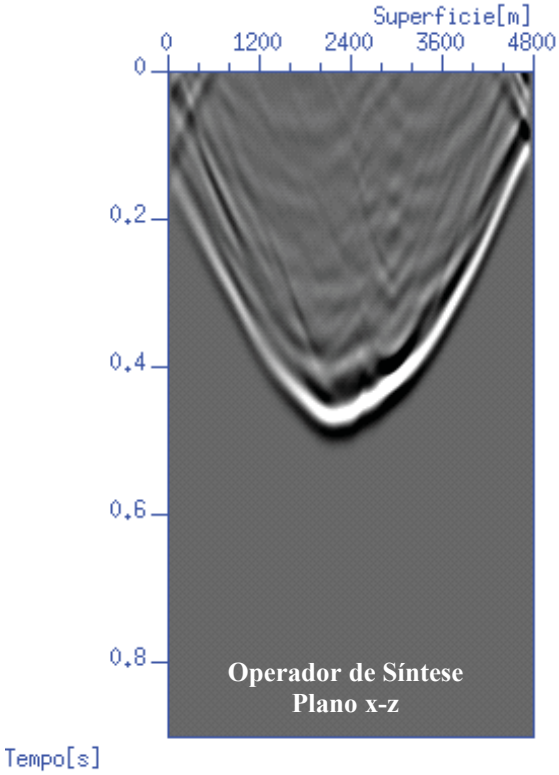


Figura 4.26: Plano x-z do operador de síntese compressional obtido na superfície a partir da fonte impulsiva posicionada no ponto **A**.

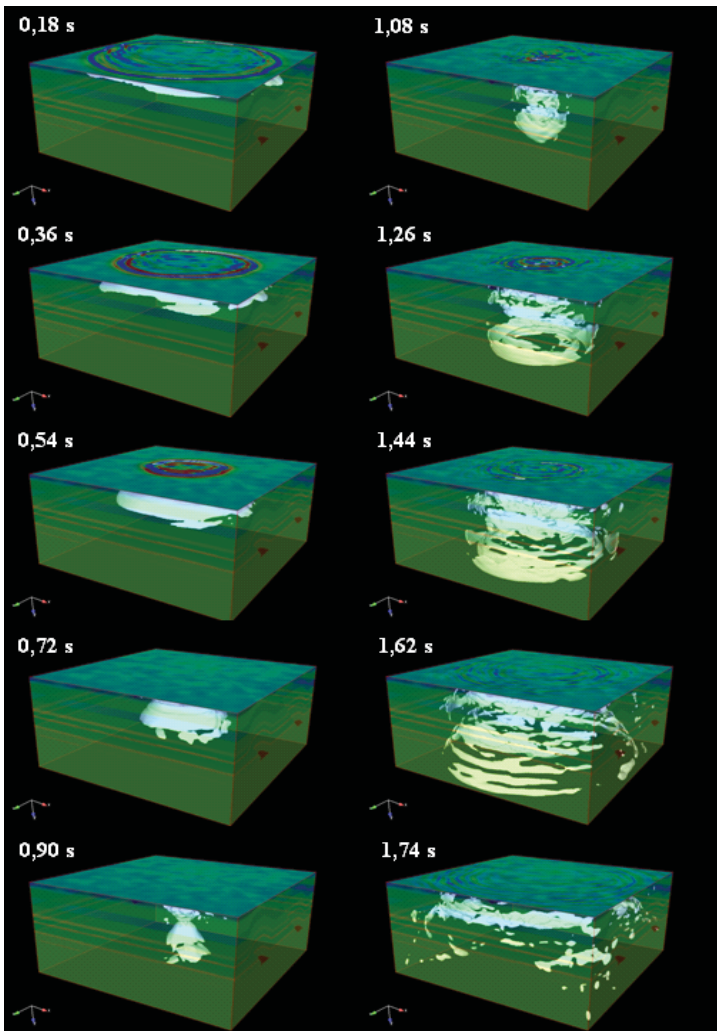


Figura 4.27: *Snapshots* da propagação reversa do operador de síntese.

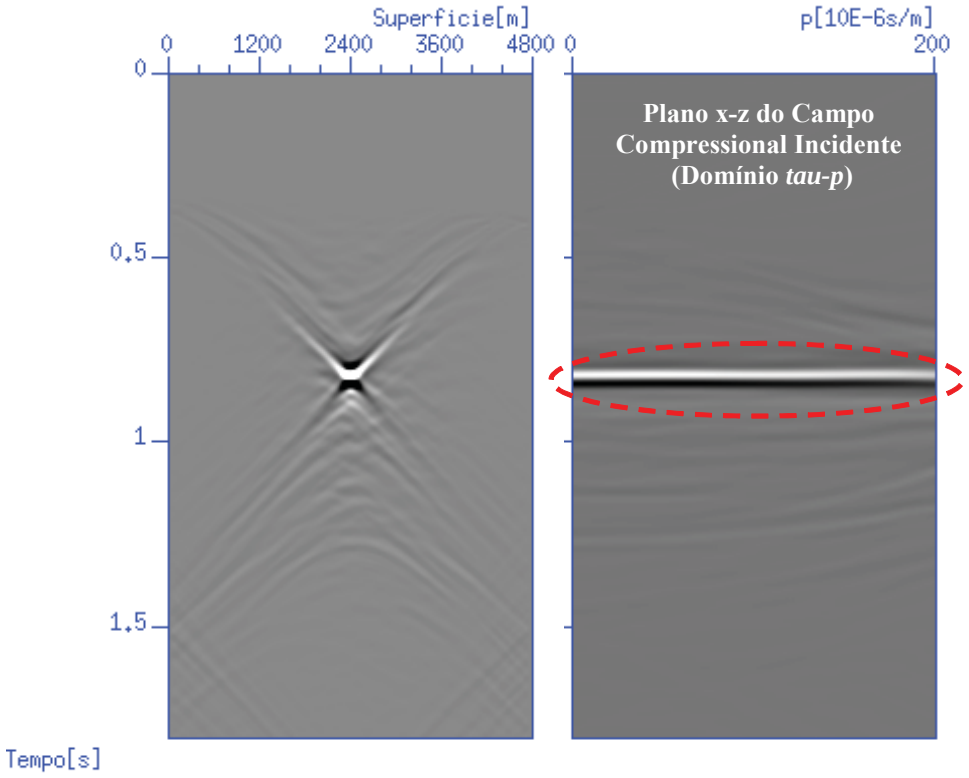


Figura 4.28: Plano x-z do campo compressional incidente no novo datum de aquisição no domínio x-t (esquerda) e no domínio *tau-p*. A área em destaque mostra as amplitudes que são usadas nos cálculos das condições de imagem.

propagação reversa do operador de síntese registrando na superfície do modelo o campo de ondas que retorna das reflexões nas interfaces do modelo de velocidades. Para esta propagação deve-se usar o modelo de velocidades com todas as camadas. Os *snapshots* desta propagação estão na Figura 4.29, enquanto que o plano x-z que corta o eixo y na coordenada do ponto **A** da família CFP pode ser visualizado na Figura 4.30.

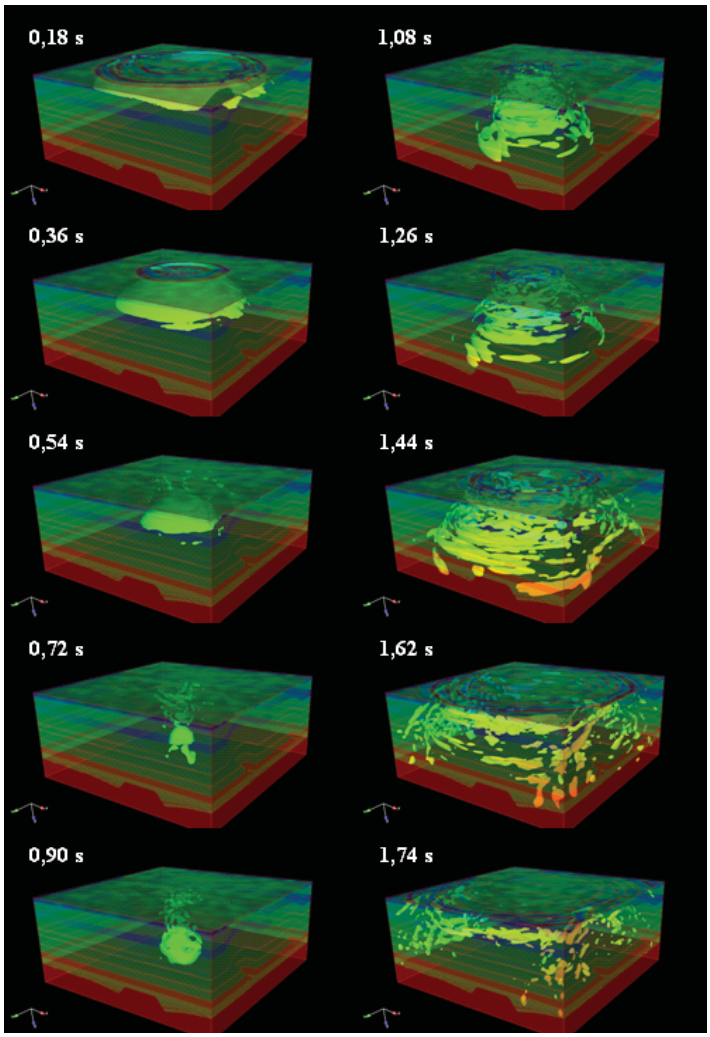


Figura 4.29: *Snapshots* da propagação do operador de síntese no modelo de velocidades completo com objetivo de gerar a família CFP na superfície.

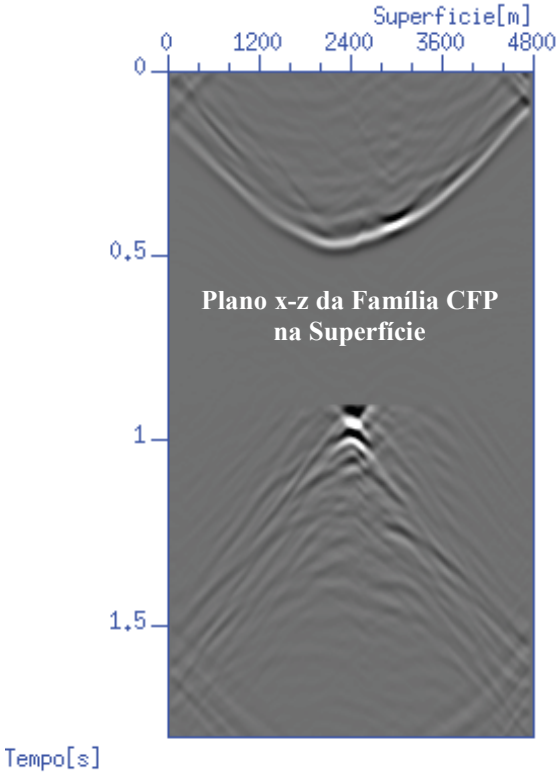


Figura 4.30: Família CFP gerada na superfície do modelo. Pode ser observada a complexidade do campo compressional na parte final deste registro.

O campo de ondas da família CFP na superfície foi redatumado para o novo datum de aquisição. Desta forma, as variações de amplitudes contidas neste registro, que são essencialmente o campo de ondas refletido nas interfaces do modelo, foram levadas para o ponto A. Os *snapshots* desta redatumação são apresentados na Figura 4.31.

A Figura 4.32 apresenta um plano x-z da família CFP redatumada no domínio x-t e no domínio $\tau - p$, onde estão destacadas as amplitudes do campo refletido usadas para o cálculo do coeficiente de reflexão Rp.

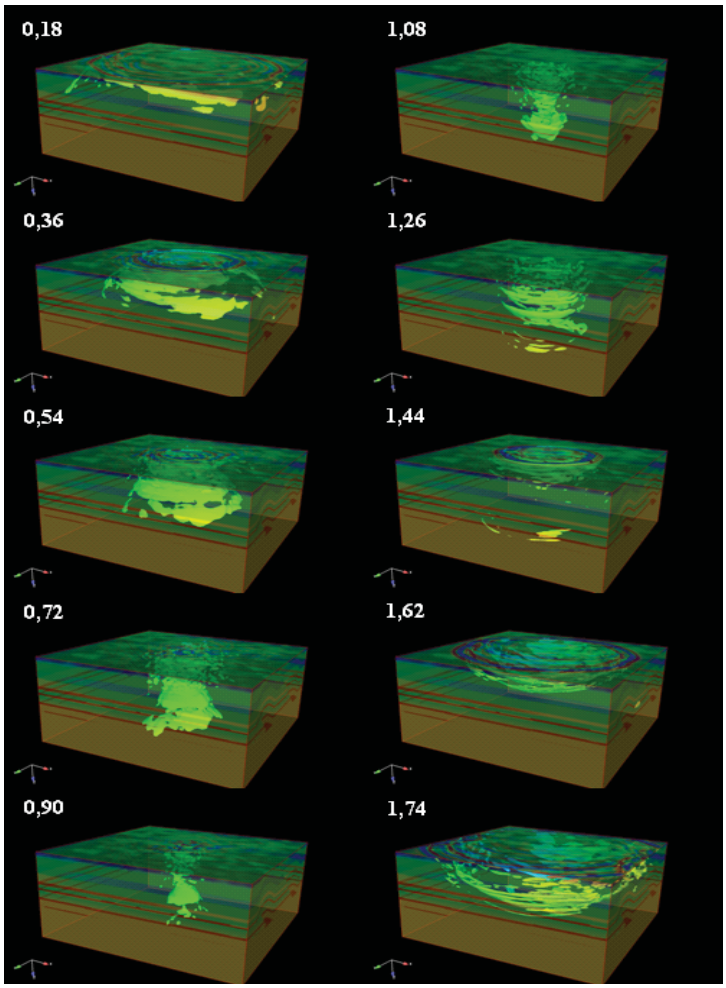


Figura 4.31: *Snapshots* da redatumação da família CFP para o novo datum de aquisição.

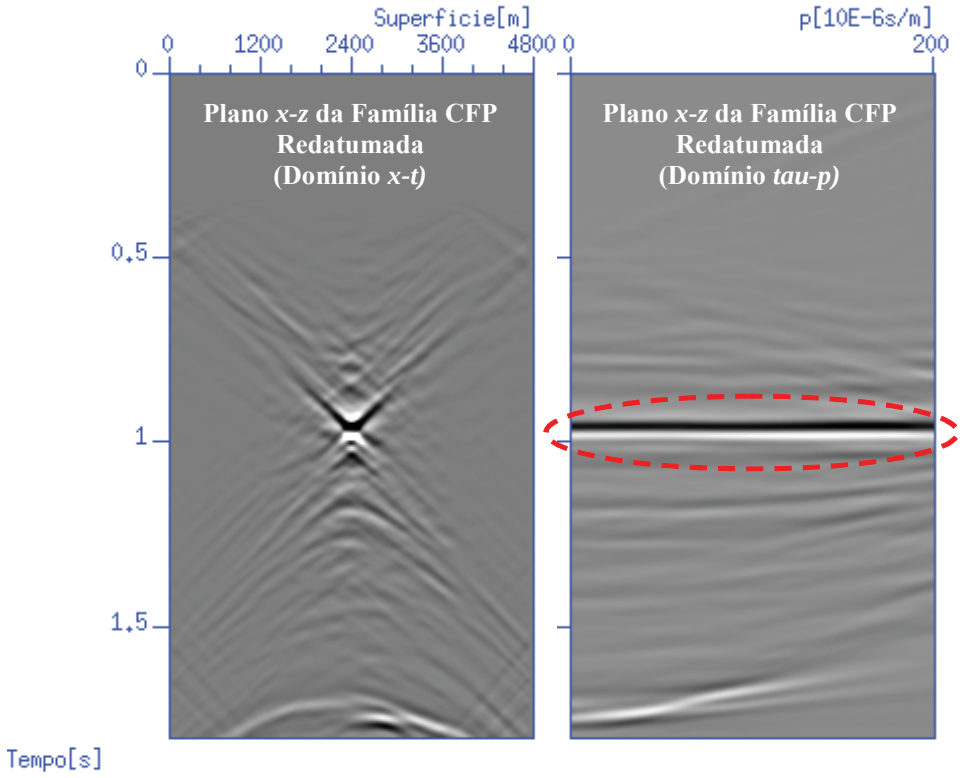


Figura 4.32: Plano x-z da família CFP redatumada para o novo datum de aquisição no domínio x-t (esquerda) e no domínio *tau-p* (direita). Na área em destaque estão as amplitudes do campo refletido usadas no cálculo das condições de imagem.

5° Passo: Neste passo foram obtidos os coeficientes de reflexão em função do ângulo de incidência para as condições de imagem baseadas na amplitude máxima e na soma do módulo das amplitudes da *wavelet*, proposta neste trabalho. As amplitudes do campo refletido (Pref) foram obtidas a partir da redatumação da família CFP (Figura 4.32) e o campo incidente (Pinc) foi obtido após a propagação reversa do operador de síntese (Figura 4.28), ambos apresentados no domínio $\tau - p$. O gráfico da variação de amplitudes em função do ângulo de incidência para o coeficiente Rp é apresentado na Figura 4.33 juntamente com os valores analíticos para este coeficiente.

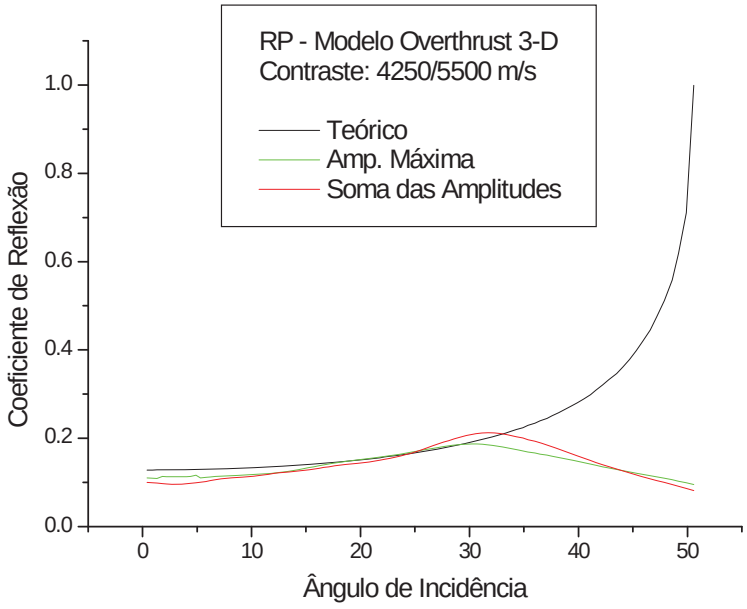


Figura 4.33: Variação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para o contraste de velocidades 4250/5500 m/s das camadas Vp1 e Vp2 do modelo *Overthrust* 3-D.

Na Figura 4.33 pode ser observado que, desde o *zero-offset* até ao ângulo de

30°, os valores encontrados para a variação do coeficiente de reflexão acústico (Rp) são muito próximos dos valores teóricos baseados na Equação 2.10. Comparando-se as duas condições de imagem, pode-se notar que a baseada na soma do módulo das amplitudes obteve uma leve vantagem em relação à baseada apenas na amplitude máxima. Para os valores de ângulo de incidência acima de 30° observa-se que os valores encontrados não acompanham a curva teórica. Provavelmente, isto se deve ao fato de que, dada as dimensões reduzidas do modelo e a profundidade do refletor, o campo de ondas registrado na superfície não contempla informações destes ângulos de incidência. O ângulo crítico de incidência para este caso possui o valor de 50,6°.

Baseado nos resultados encontrados pode-se dizer que a metodologia proposta para a obtenção da curva de AVA em um modelo acústico 3-D mostrou-se satisfatória para pequenos ângulos. No entanto, é preciso aplicar a metodologia proposta utilizando-se um código de processamento em paralelo, de forma que seja possível o uso de modelos de velocidades com dimensões realísticas, para se obter valores do campo de ondas refletido com maiores ângulos de incidência.

4.4 Caso Elástico 2-D

Para aplicar a metodologia proposta no caso elástico bidimensional foram utilizados dois modelos de velocidades: um modelo bem simples com apenas duas camadas paralelas e um modelo realístico com uma maior complexidade geológica. Em ambos os modelos foram feitos levantamentos das curvas de variação do coeficiente de reflexão R_{pp} e R_{ps} e comparados com os valores teóricos obtidos através do emprego das Equações 2.15, para a incidência de onda P e refletida P, e a Equação 2.17 para a incidência P e refletida S. Visando facilitar a leitura, estas equações foram repetidas abaixo:

$$R_{PP}(\Theta_1) \simeq \frac{1}{2}\left(1 - 4p^2V_{Sm}^2\right)\frac{\Delta\rho}{\rho_m} + \frac{\sec^2\Theta_m}{2}\frac{\Delta V_P}{V_{Pm}} - 4p^2V_{Sm}^2\frac{\Delta V_S}{V_{Sm}}$$

e

$$R_{PS}(p) = \frac{vp_1\Delta\mu}{vs_1\rho}q_\alpha p\{1 - \left[\frac{1}{q_\alpha q_\beta} - 2\frac{\Delta\mu}{\rho} + q_\alpha q_\beta\left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^2\right]p^2 + \\ + \left[\frac{2}{q_\alpha q_\beta}\frac{\Delta\mu}{\rho} - \left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^2 - 2q_\alpha q_\beta\left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^3 + q_\alpha^2 q_\beta^2\left(\frac{\Delta\mu}{\rho}\right)^4\right]p^4\}.$$

Os valores do coeficiente de reflexão elástico $R_{PS}(p)$ podem ser facilmente convertidos para uma variação em função do ângulo de incidência Θ_1 através da relação $p = \frac{Sen\Theta_1}{vp_1}$ (Equação 2.5), sendo que o máximo valor para o parâmetro do raio p pode ser calculado da mesma forma que o caso acústico (Equação 4.1) para coeficientes de reflexão positivos.

4.4.1 Modelo Simples

A exemplo do que foi feito no caso acústico, um modelo simples de apenas duas camadas foi usado para uma primeira aplicação da metodologia proposta para o caso elástico bidimensional. O objetivo de se usar um modelo simples foi o de obter um melhor entendimento da metodologia proposta já que as reflexões e frentes de ondas neste tipo de modelo são facilmente identificadas. Os parâmetros utilizados na modelagem feita pelo método das diferenças finitas utilizando o conceito de malha intercalada (Apêndice B) foram os seguintes:

- Dimensões: largura: 8.000,0 m; profundidade: 2.600,0 m;

- Profundidade do horizonte de interesse $zm = 1.200\ m$;

- Velocidades compressionais: $\mathrm{Vp}_1 = 2500\ m/s$ e $\mathrm{Vp}_2 = 3500\ m/s$;

- Velocidades cisalhantes: $vs_1 = 1445\ m/s$ e $vs_2 = 2023\ m/s$;

- Relação $\frac{vp}{vs} = 1,73$;

- ρ_1 e ρ_2 constantes e iguais a 1,0 g/cm^3;

- Parâmetros de aquisição não convencional:

  Intervalo de amostragem temporal: 0,6 ms

  Tempo de registro: 3,6 s

  Intervalo de amostragem espacial: $\Delta x = \Delta z$ =10 m

  Frequência da fonte: 40 Hz.

- Intervalo entre estações: 10 m

- Intervalo entre tiros: 10 m

- Ângulo de incidência crítico compressional: $\Theta_c = 45,6°$

- Parâmetro do raio máximo: $p_{\max}(\Theta_c) = 1/\mathrm{Vp}_2 = 1/3500 = 285\ x\ 10^{-6} s/m$

- Delta p: $\Delta p = 2,85\ x10^{-6}\ s/m$

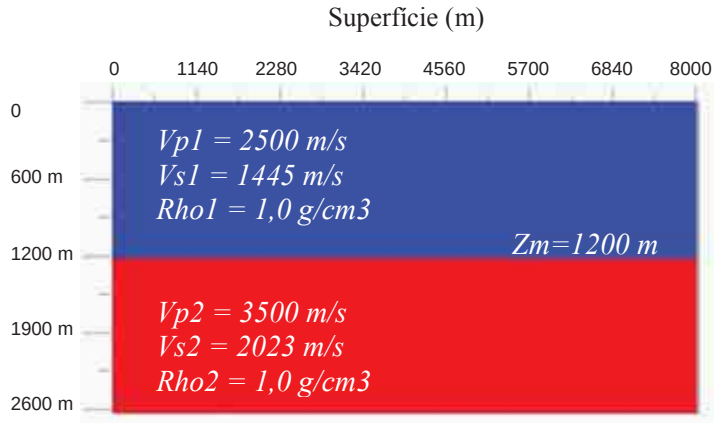


Figura 4.34: Modelo de velocidades simples com apenas uma interface utilizado para aplicação da metodologia proposta no caso elástico.

A Figura 4.34 apresenta as dimensões e características do modelo de velocidades simples com apenas duas camadas paralelas utilizado para uma primeira aplicação do caso elástico. Para o contraste de impedâncias proposto neste modelo pode-se calcular os valores analíticos (ou teóricos) das curvas de variação dos coeficientes de reflexão R_{PP} e R_{PS} com o ângulo de incidência através das Equações 2.15 e 2.17. Estes gráficos são apresentados na Figura 4.35.

Pode-se observar nos gráficos da Figura 4.35 que para uma incidência normal, *zero-offset*, o coeficiente de reflexão R_{PP} pode ser calculado da mesma forma que no caso puramente acústico, já que para uma incidência com ângulo $\Theta_1 = 0$ não há conversões entre os modos de onda e, portanto, de acordo com a Equação 2.7, o coeficiente de reflexão compressional fica:

$$R_p = \frac{3500 - 2500}{2500 + 3500} = 0,16.$$

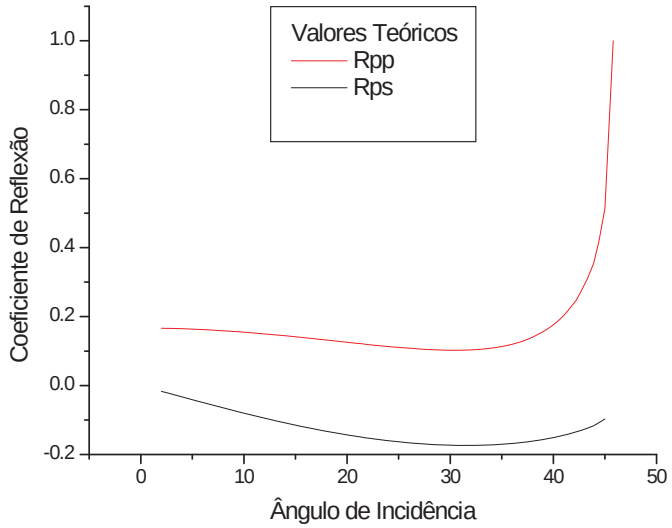


Figura 4.35: Gráfico teórico das variações dos coeficientes de reflexão R_{PP} e R_{PS} em função do ângulo de incidência.

Valor que pode ser confirmado no gráfico dos valores teóricos de R_{PP}. Outra confirmação que pode ser visualizada neste gráfico é que para este mesmo ângulo de incidência o coeficiente R_{PS} é zero, já que para uma incidência normal não há conversões entre os modos de ondas compressionais e cisalhantes. Próximo ao ângulo crítico ($\Theta_c = 45,8°$) pode-se observar uma elevação acentuada do valor do coeficiente R_{PP} já que a partir deste ângulo não há onda refratada para a segunda camada.

As análises dos coeficientes de reflexão elásticos foram feitas desde o *zero-offset* até o ângulo crítico, ou imediatamente antes deste.

Assim como no caso acústico, a aplicação da metodologia para o caso elástico irá mostrar que é possível obter os valores de R_{PP} e R_{PS} muito próximos das curvas teóricas baseados nos dados sísmicos de superfície e no macro-modelo de velocidades utilizando a

equação completa da onda. Para isto, seguem os passos necessários para o caso elástico 2-D:

1º Passo: Escolha do ponto $A(x_m, z_m)$ sobre o refletor para qual deseja-se obter a função refletividade. Neste caso tem-se apenas um refletor e o ponto escolhido foi no centro da dimensão horizontal e na profundidade da interface:

$$x_m = 4000\ m,$$

$$z_m = 1200\ m.$$

2º Passo: Obtenção do campo de ondas e, consequentemente, do operador de síntese na superfície a partir da propagação do campo gerado por uma fonte pontual localizada em $\mathbf{A}(4000, 1200)$. Esta propagação é feita utilizando-se a equação completa da onda para o caso elástico descrita no capítulo anterior (Equação 3.11). O registro na superfície deve ser feito de maneira inversa no tempo, sendo que, como há duas componentes, vertical e horizontal, tem-se também um operador de síntese com duas componentes (Equações 3.19 e 3.20). A Figura 4.36 apresenta as componentes verticais (**A**) e horizontais (**B**) deste registro.

3º Passo: A obtenção do campo compressional incidente no datum do refletor. Este processo é feito através da propagação das componentes verticais e horizontais do campo de ondas registrado no passo anterior. A equação do divergente do campo total (Equação 3.21) é usada para a separação do campo compressional nesta profundidade. A Figura 4.37 apresenta este registro redatumado no domínio $x - t$ (**A**)

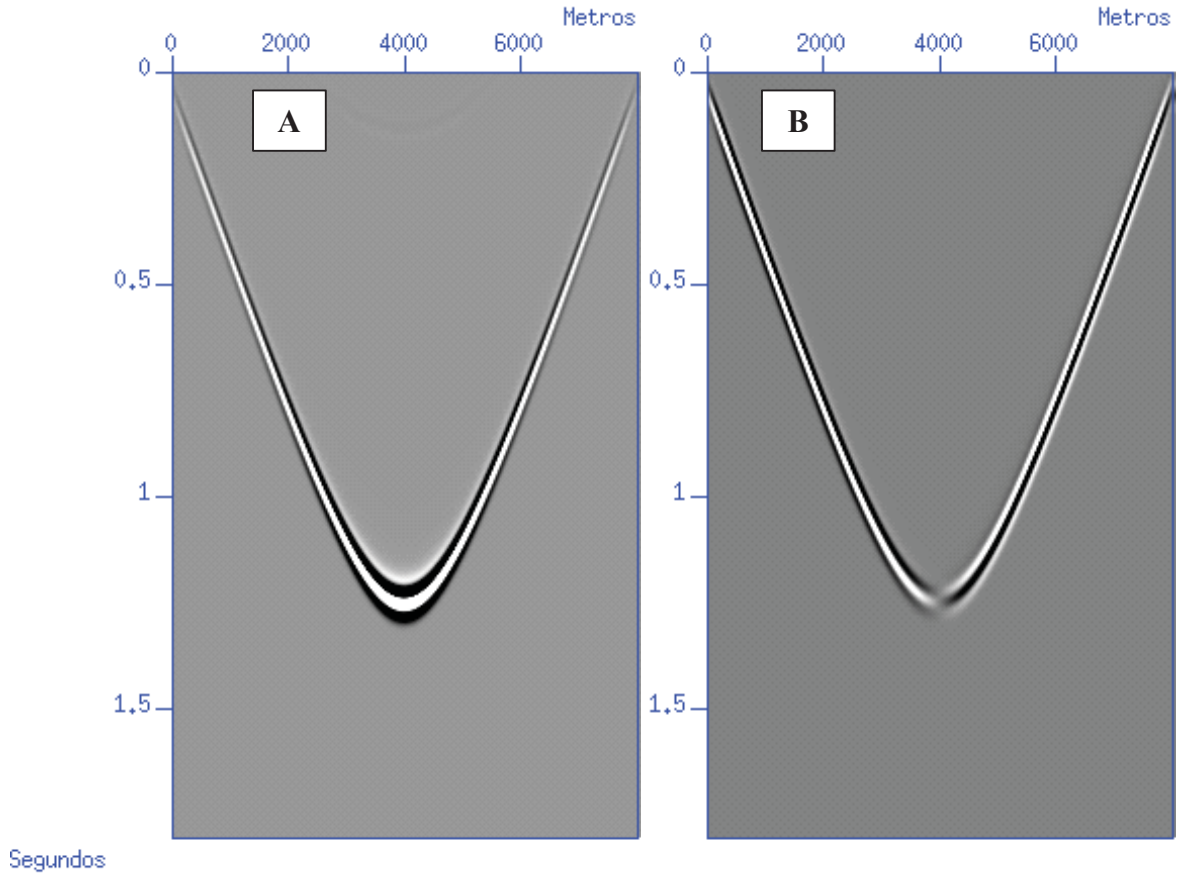


Figura 4.36: Registro feito na superfície de forma inversa no tempo das componentes verticais (**A**) e horizontais (**B**) do campo de onda gerado a partir de uma fonte sobre o ponto $\mathbf{A}(4000, 1200)$ registrado.

e no domínio $\tau - p$ (**B**). No domínio $\tau - p$ foram feitas 101 amostras com intervalo do parâmetro do raio $\Delta p = 2,85x10^{-6}\ s/m$. Pode-se observar que dentro da área destacada na Figura 4.37-**B** não há uma variação considerável de amplitude com o aumento do parâmetro do raio.

4º **Passo:** Obtenção dos campos compressional e cisalhante refletidos. Inicialmente, é necessário obter a família CFP na superfície. No caso de dados sintéticos, esta é obtida através da propagação reversa das componentes verticais e horizontais do

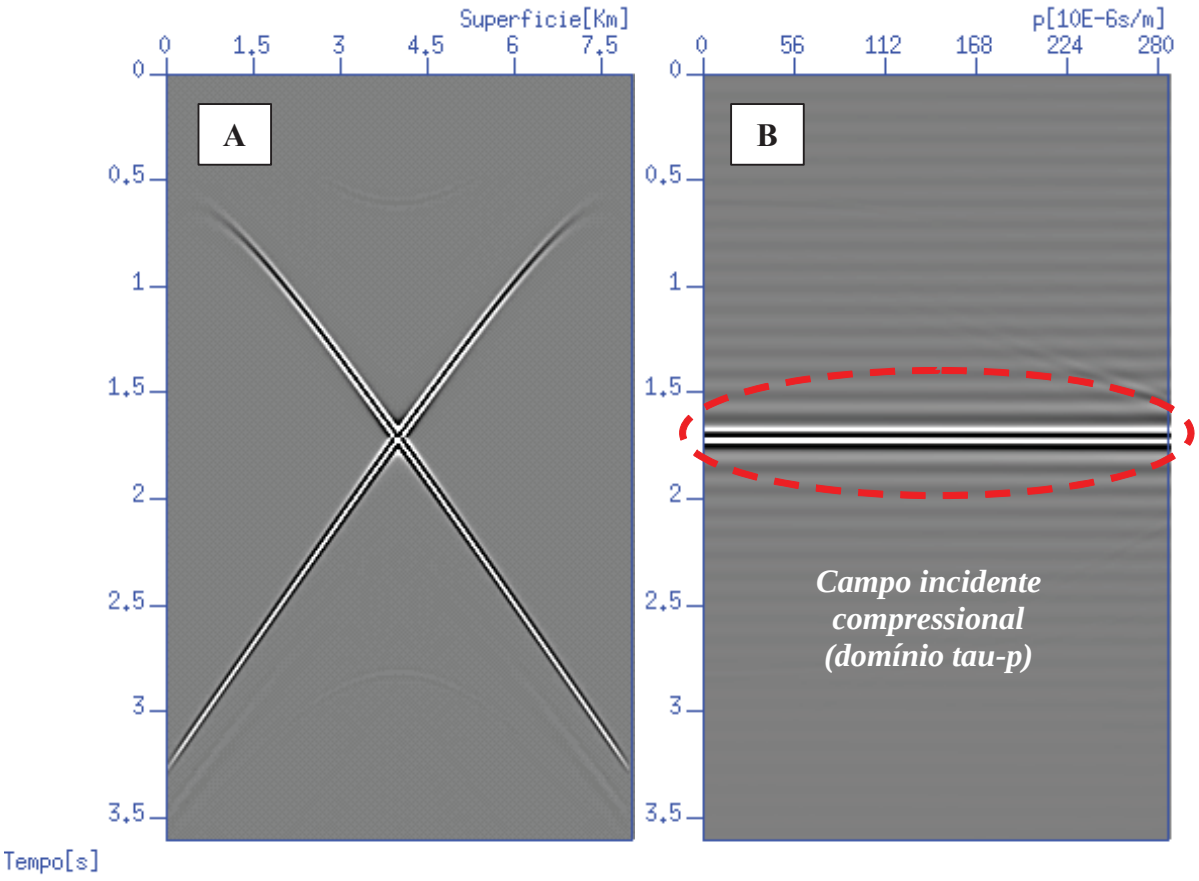


Figura 4.37: **A**: campo compressional incidente no ponto **A**$(4000, 1200)$ redatumado para a profundidade de 1200m no domínio $x-t$; **B**: campo compressional incidente no domínio $\tau - p$ com intervalo do parâmetro do raio $\Delta p = 2,85x10^{-6}s/m$. A área em destaque será mostrada com maior detalhe na Figura 4.41.

operador de síntese utilizando o modelo de velocidades completo. Estes processos deram origem às componentes verticais e horizontais da família CFP apresentadas na Figura 4.38-**A** e -**B**, respectivamente. Estes registros representam, portanto, as componentes do campo elástico refletido na superfície de observação. A redatumação da família CFP, isto é, a extrapolação reversa destas componentes dão origem aos campos compressionais e cisalhantes na profundidade do refletor obtidos através do divergente e rotacional (Equações 3.25 e 3.26) do campo de ondas em $z = 1200m$. A Figura 4.39 apresenta esta redatumação no domínio $x - t$. Estes mesmos campos são apresentados na Figura 4.40 após a passagem para o domínio $\tau - p$.

5º Passo: Obtenção da condição de imagem e geração das curvas de variação dos coeficientes compressionais (R_{PP}) e cisalhantes (R_{PS}). As Equações 3.27, 3.28, 3.29 e 3.30 foram utilizadas para gerar as curvas de variação dos coeficientes baseados na amplitude máxima e na soma das amplitudes da *wavelet*, sendo os campos P_{inc}, P_{ref} e S_{ref} obtidos a partir da leitura dos respectivos campos apresentados pelas áreas em destaque das Figuras 4.37-**B**, 4.40-**A** e -**B**. Para uma melhor visualização das variações destas amplitudes, as áreas em destaque dos campos P_{inc}, P_{ref} e S_{ref} estão agrupadas na Figura 4.41 no formato de visualização *wiggle plot.* Pode-se observar que há uma variação crescente da amplitude no campo P_{ref} com o aumento do parâmetro do raio p (e consequentemente, um aumento do ângulo de incidência) enquanto que para o campo S_{ref} as amplitudes para p próximos de zero são muito pequenas e aumentam para valores intermediários e, posteriormente, diminuem para valores de p próximos do $p_{\max.}$ Os gráficos da variação de amplitude em função do

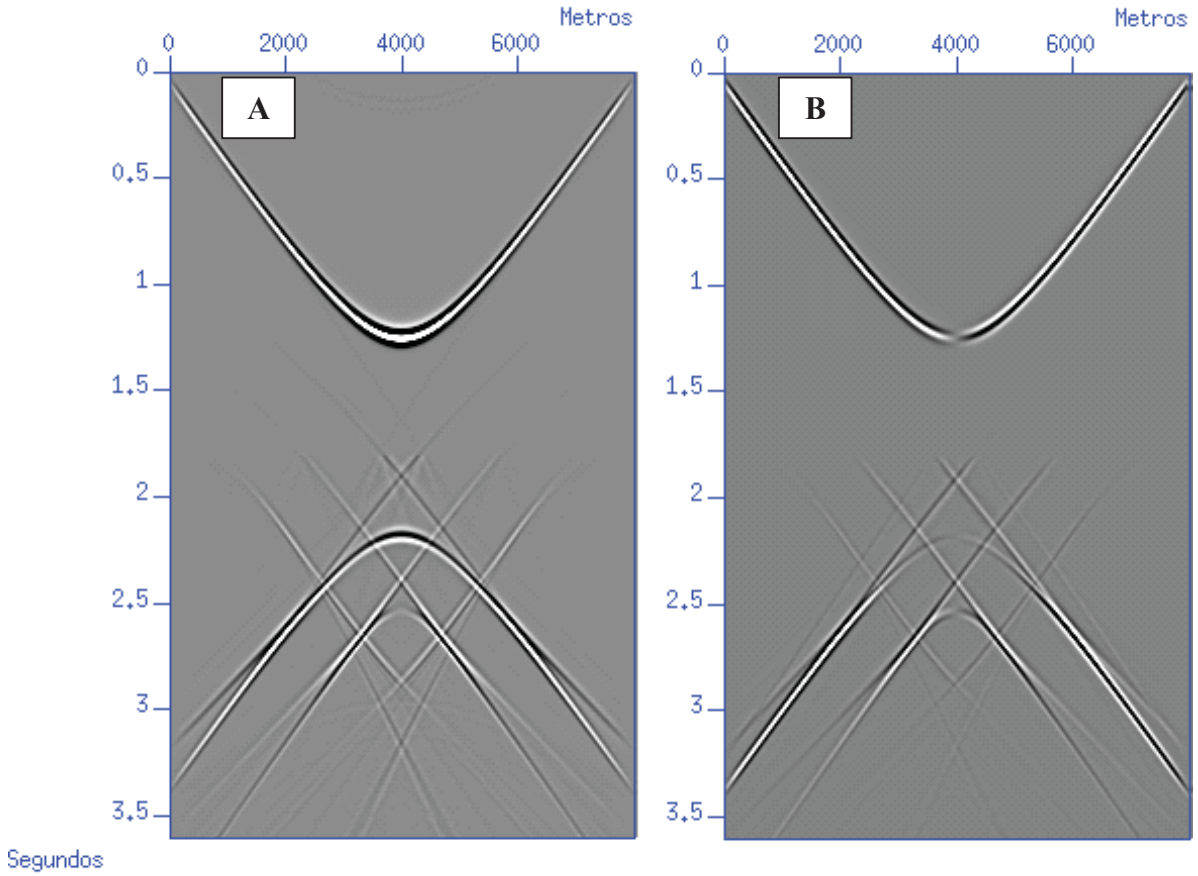


Figura 4.38: Componentes vertical (**A**) e horizontal (**B**) da família CFP na superfície geradas a partir da propagação reversa do operador de síntese.

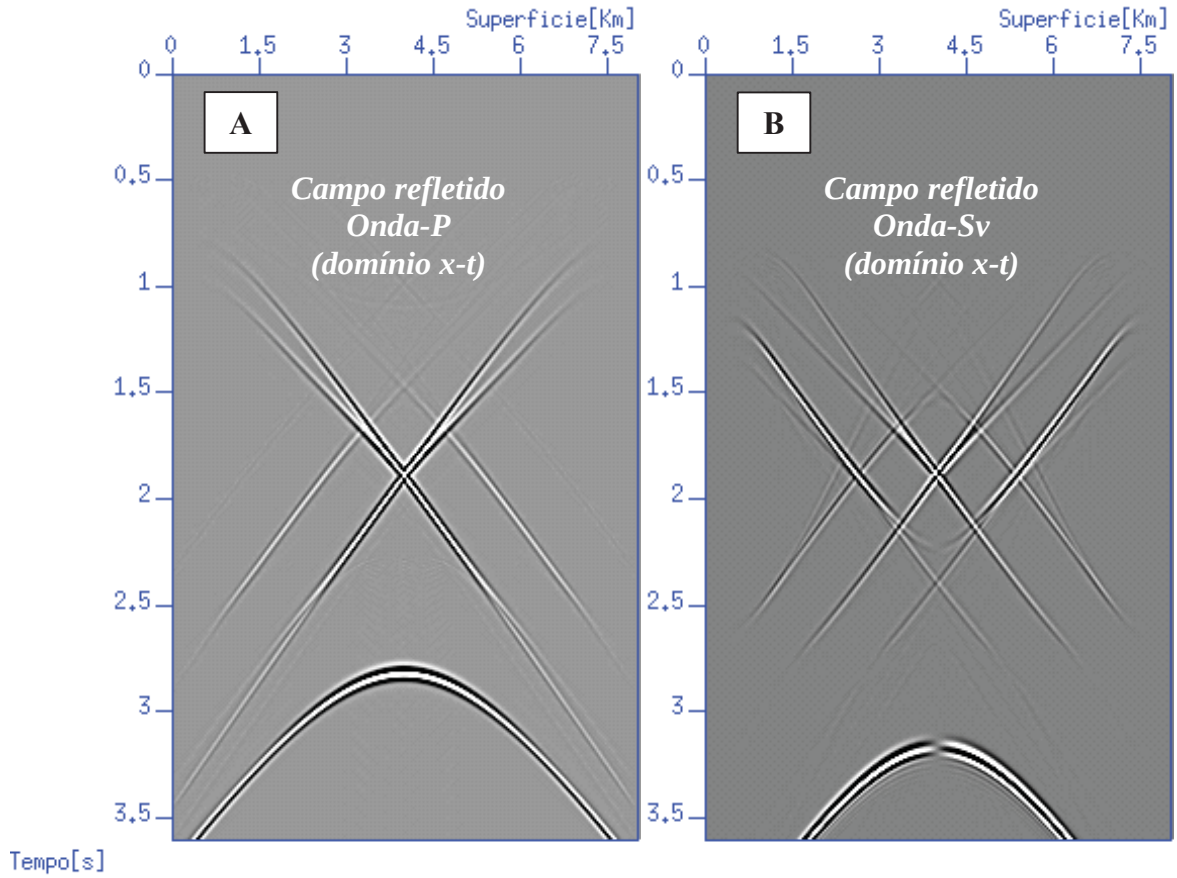


Figura 4.39: Campo de onda refletido compressional (**A**) e cisalhante (**B**) no domínio $x - t$ redatumado para a profundidade do refletor ($z = 1200\ m$).

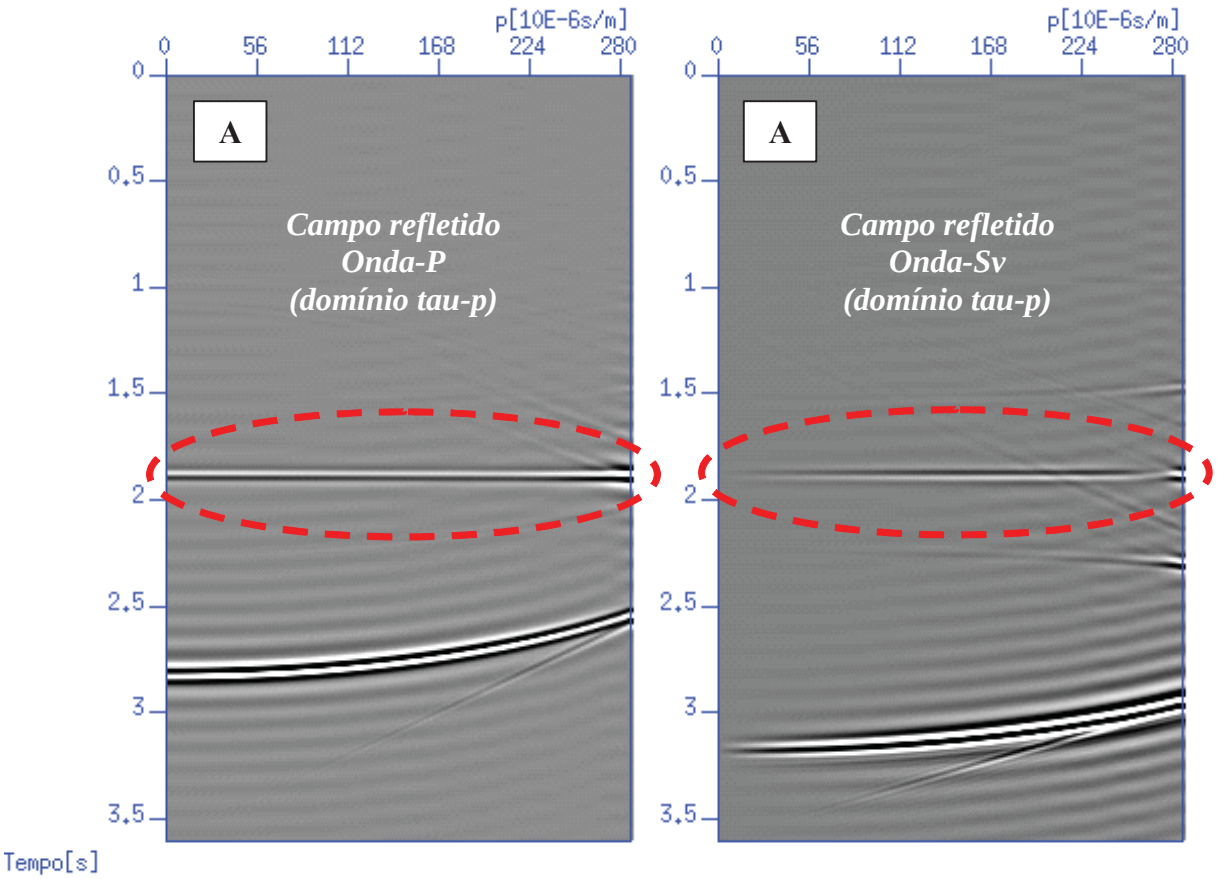


Figura 4.40: Campo de ondas refletido redatumado para profundidade $z = 1200m$ no domínio $\tau - p$ para os modos compressional (**A**) e cisalhante (**B**). As áreas em destaques estão mostradas com maiores detalhes na Figura 4.41.

ângulo de incidência para os coeficientes R_{PP} e R_{PS} são apresentados na Figura 4.42 juntamente com os valores analíticos para ambos os coeficientes dados pelas Equações 2.15 e 2.17.

Os resultados encontrados nesta aplicação para um modelo de velocidades simples mostraram-se bastante satisfatórios tanto para o coeficiente R_{PP} quanto para o R_{PS} que apresentaram boas correlações com as respectivas curvas teóricas. No entanto a partir do ângulo de 22^o, para o coeficiente de reflexão R_{PS}, nota-se que houve um pequeno

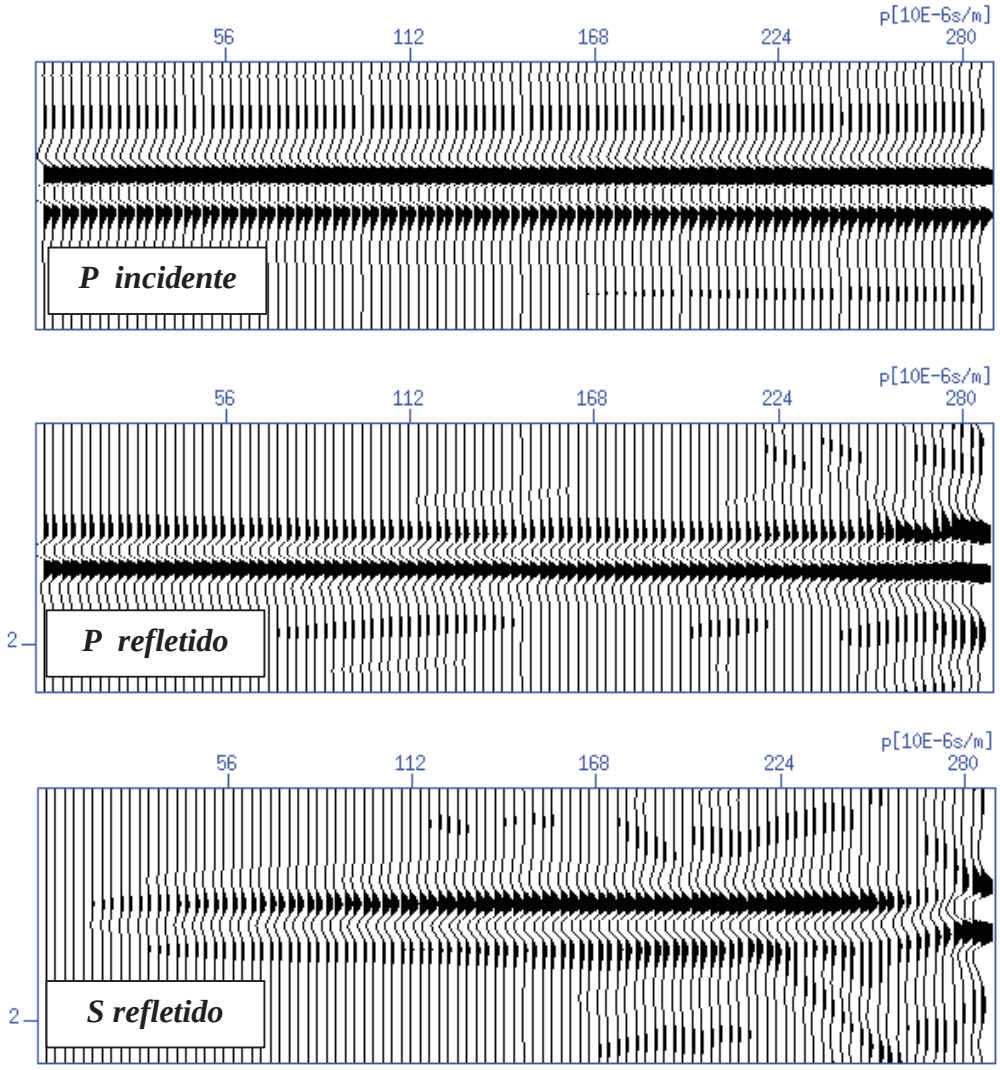


Figura 4.41: Detalhes dos campos compressionais incidente e refletido e campo cisalhante refletido no formato *wiggle plot*.

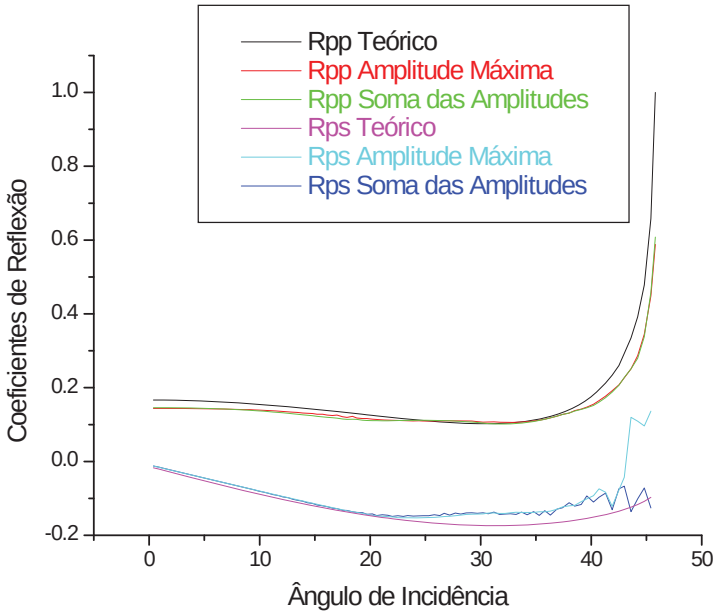


Figura 4.42: Gráficos da variação de amplitude dos coeficientes de reflexão compressionais (R_{PP}) e cisalhantes (R_{PS}) plotados juntamente com os seus valores analíticos.

afastamento da curva teórica.

4.4.2 Modelo Complexo

Nesta seção são apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta nesta tese ao caso elástico utilizando um modelo de velocidades 2-D realístico baseado na geologia de uma bacia da margem continental brasileira. Este modelo, denominado Pseudo-Marlin, foi publicado em Santos & Soares Filho, 2007 [44] onde os autores avaliaram a aplicação da técnica de redatumação dos dados de superfície com o objetivo de melhorar a qualidade da imagem do reservatório de gás localizado abaixo de um grande canal no fundo oceânico. Este modelo geológico e o resultado da redatumação podem ser visualizados na Figura 4.43. Em destaque está a anomalia de amplitudes encontrada no topo do reservatório.

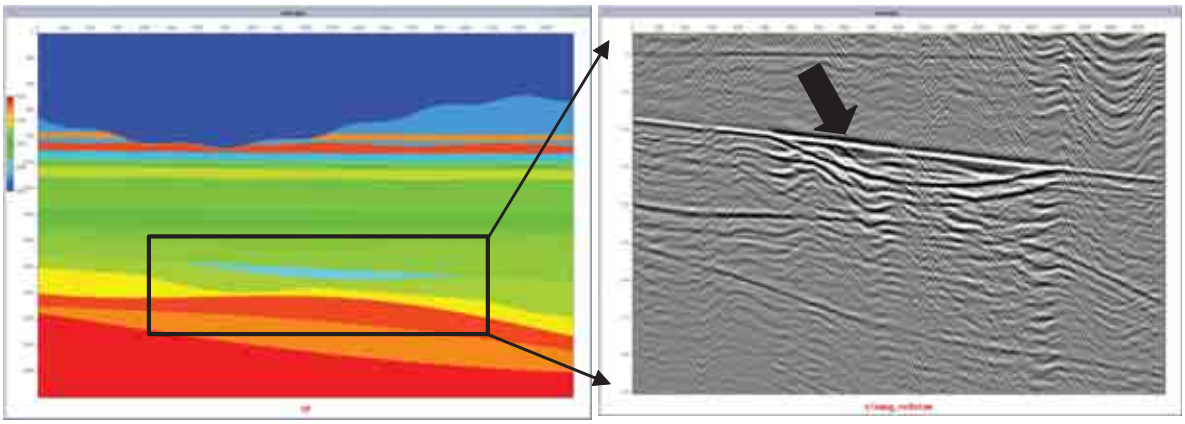


Figura 4.43: Modelo geológico Pseudo-Marlin apresentando o reservatório de gás abaixo de um grande canal no fundo oceânico. Em destaque está o resultado encontrado em Santos & Soares, 2007 após a redatumação dos dados de superfície. A seta destaca a anomalia de amplitudes no topo do reservatório.

O modelo geológico possui 20 km de comprimento sendo ortogonal ao principal mergulho do talude continental e está em uma lâmina d'água que varia de 400m a 800m. A seção corta um grande canal (*canyon*) com 15 km de largura que é um condutor

de sedimentos para a planície abissal. Este canal está erodindo quatro camadas com velocidades específicas e bem definidas. A camada superior é composta principalmente por sedimentos homogêneos argilosos não consolidados. Abaixo dessa unidade, há uma camada horizontal de calcário sobrejacente a uma camada de argilito (que corresponde à argila compactada) e abaixo existe uma outra camada de calcário. As três camadas superiores estão completamente erodidas dentro do canal enquanto que a segunda camada de calcário está apenas parcialmente erodida, como mostra a Figura 4.43.

A complexidade deste modelo não está apenas na topografia irregular do fundo do mar, mas também nos elevados contrastes de impedância entre as finas camadas da estratigrafia logo abaixo do fundo oceânico. Contrastes estes que causam *peg-legs* (múltiplas intercamadas típicas de deposições altamente cíclica) gerando um trem de pulsos que segue a frente de onda principal, o que também corrompe gravemente a qualidade da imagem final (Santos & Soares Filho, 2007 [44]).

A parte central do modelo Pseudo-Marlin pode ser visualizada na Figura 4.44. O objetivo desta figura é destacar as velocidades compressionais e cisalhantes das camadas que circundam o reservatório. Observa-se que apenas a velocidade compressional da camada que contém o reservatório é afetada pela presença do gás. Praticamente, não existe contraste entre a velocidade cisalhante desta camada e a imediatamente acima desta, o que indica que apenas a onda compressional será refletida nesta interface. O coeficiente de reflexão Rps é praticamente nulo neste ponto.

A partir da interpretação do alvo exploratório feita em Santos & Soares Filho, 2007, foi aplicada a metodologia desenvolvida nesta tese para a obtenção da curva de variação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para o topo do

reservatório de gás.

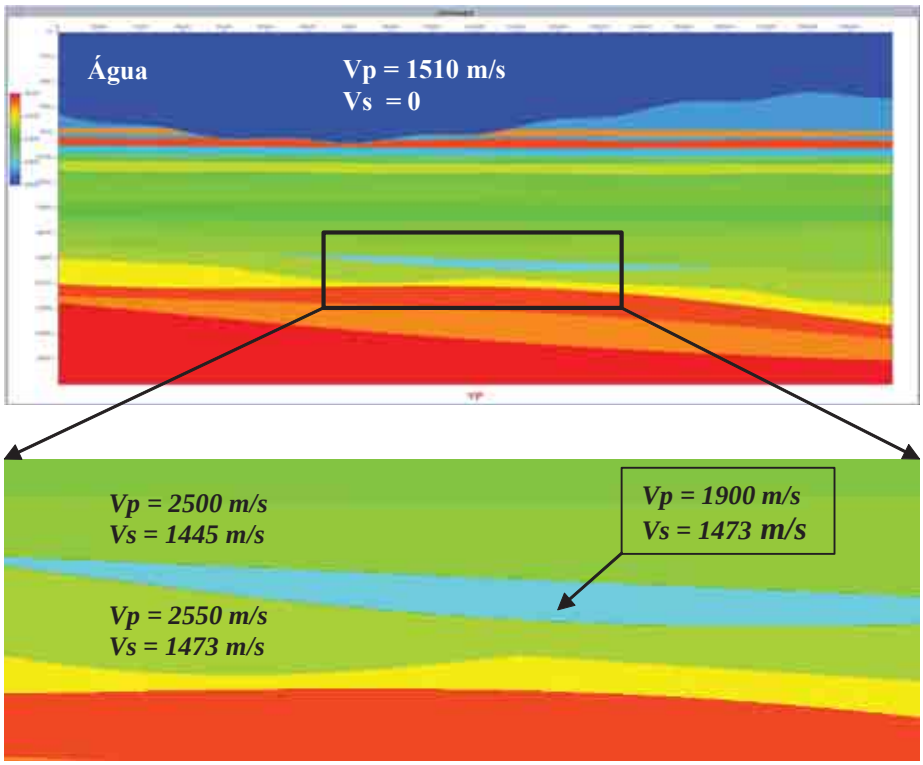


Figura 4.44: Destaque das camadas que circundam o reservatório de gás e suas respectivas velocidades compressionais e cisalhantes.

Para o contraste de velocidades apresentado na Figura 4.44, espera-se, de acordo com as Equações 2.15 e 2.17 para os coeficientes analíticos Rpp e Rps, os valores apresentados no gráfico da Figura 4.45. Observa-se neste gráfico que o coeficiente Rps é praticamente nulo.

Os parâmetros utilizados na modelagem e extrapolações dos campos de ondas elásticos através do método das diferenças finitas utilizando o conceito de malha intercalada foram os seguintes:

- Dimensões: largura: 20,0 km; profundidade: 4,0 Km;

- Relação vp/vs = 1,73, exceto para a água (Vs = 0) e para o reservatório

(Vs=1473 m/s);

- ρ_1 e ρ_2 constantes e iguais a 1,0 g/cm^3;
- Parâmetros de aquisição não convencional:
  - Intervalo de amostragem temporal: 0,35 ms
  - Tempo de registro: 4,9 s
  - Intervalo entre estações: 10,0 m
  - Intervalo entre tiros: 10,0 m
  - Frequência da fonte sísmica: 40 Hz
- Parâmetro do raio máximo: pmax = 400 x 10^{-6}s/m
- Delta p: Δp = 4,0 x 10^{-6} s/m

A Figura 4.46 apresenta o posicionamento do ponto **A** e do novo datum de aquisição em relação ao reservatório. Observa-se que os mesmos estão localizados em uma linha que segue a inclinação do topo do reservatório.

Foram seguidos os passos apresentados no capítulo anterior para aplicação da metodologia proposta para o caso elástico, que são os seguintes:

1° Passo: Escolha do ponto $\mathbf{A}(x_m, z_m)$ sobre o refletor para o qual deseja-se obter a função refletividade. Neste caso, o objetivo foi o de obter a função refletividade da interface com o reservatório, portanto, optou-se por um ponto localizado 10 m acima deste, nas seguintes coordenadas:

x_m =10.000 m,

z_m = 2.000 m.

2° Passo: Obtenção do campo de ondas e, consequentemente, do operador de síntese na

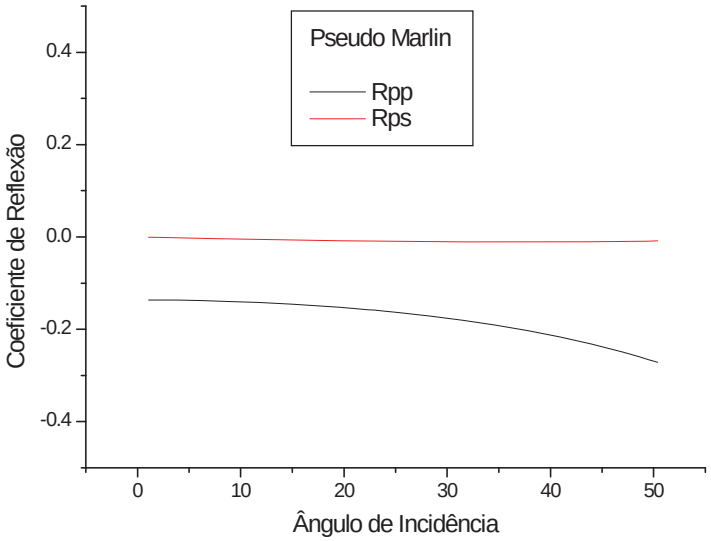


Figura 4.45: Valores analíticos para os coeficientes de reflexão Rpp e Rps para o contraste de impedância em estudo neste modelo.

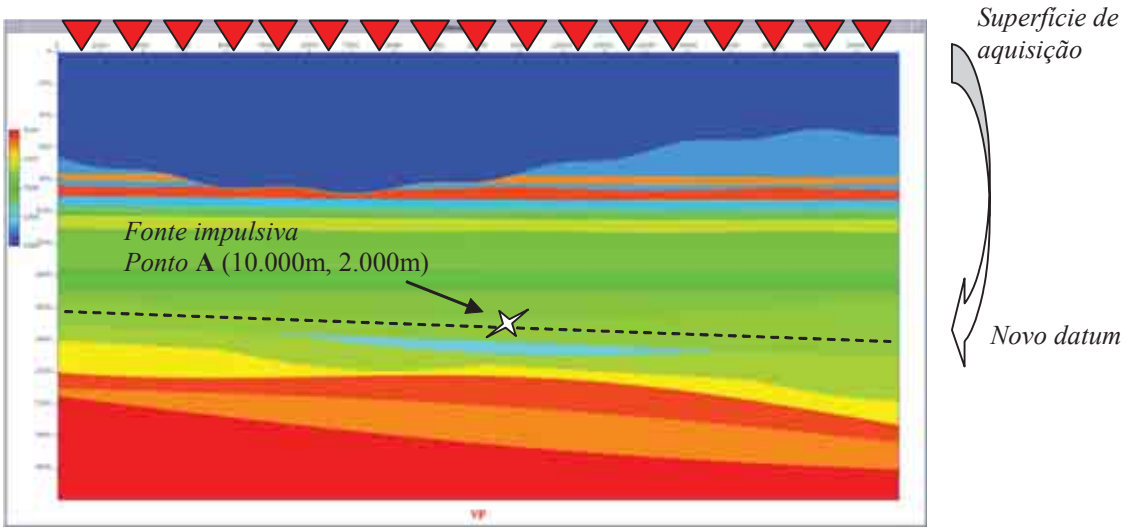


Figura 4.46: Localização da fonte impulsiva (ponto **A**) e do novo datum para o qual os dados registrados na superfície serão redatumados. Este datum está 10 m acima do topo do reservatório.

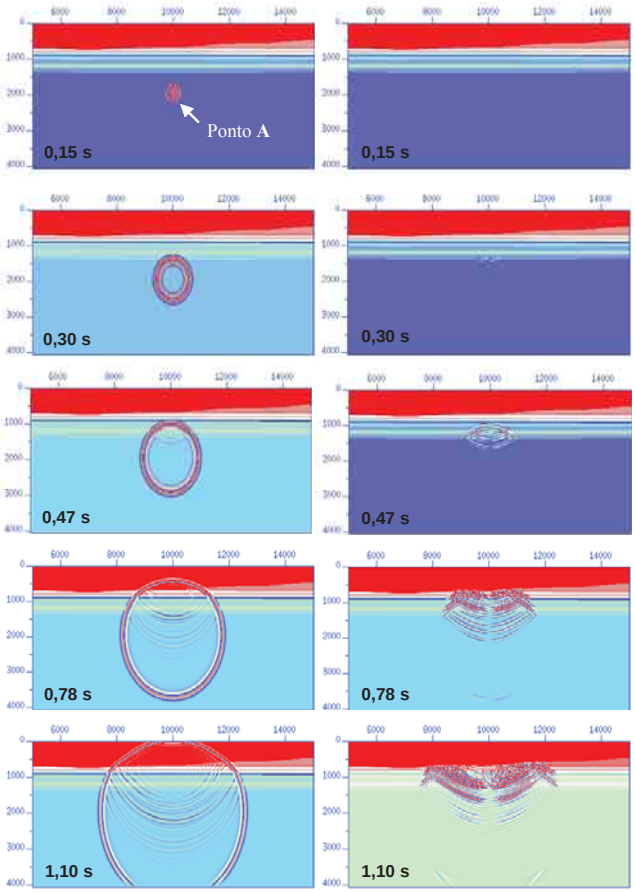


Figura 4.47: *Snapshots* da propagação direta do campo de ondas compressional (esquerdo) e cisalhante (direita) a partir de uma fonte pontual localizada em **A**.

superfície a partir da propagação do campo gerado por uma fonte pontual localizada em **A** (10.000, 2.000). Esta propagação é feita utilizando-se a equação completa da onda para o caso elástico.

A Figura 4.47 apresenta os *snapshots* da propagação do campo de ondas compressional (esquerda) e cisalhantes (direita) gerados pela fonte pontual localizada em **A** que são dispostos sobre o macro-modelo de velocidades usado para este fim. Ainda em relação à Figura 4.47, pode-se observar que a componente cisalhante apenas começa a aparecer quando o campo compressional atinge uma camada com diferente impedância acústica (no instante 0,47 s). Verifica-se também que não há a formação do campo cisalhante na camada de água.

A Figura 4.48 apresenta a componentes vertical (esquerda) e horizontal do operador de síntese obtido através do registro na superfície da resposta impulsiva do meio a partir da fonte no ponto **A**. Vale citar que, como nesta aplicação apenas se estão utilizando dados sintéticos, os registros em superfície podem ser divididos entre as componentes vertical e horizontal do campo de velocidades total. Caso esta aplicação seja feita com dados de aquisição marítima reais, onde os hidrofones do cabo *streamer* registram as variações do campo de pressões na superfície, o operador de síntese deve ser obtido através do divergente do campo total (Equação 3.21), o que é equivalente ao campo compressional na superfície.

3° Passo: A obtenção do campo compressional incidente no datum do refletor foi feita através da propagação reversa das componentes verticais e horizontais do operador de síntese obtidas no passo anterior. A equação do divergente do campo total foi

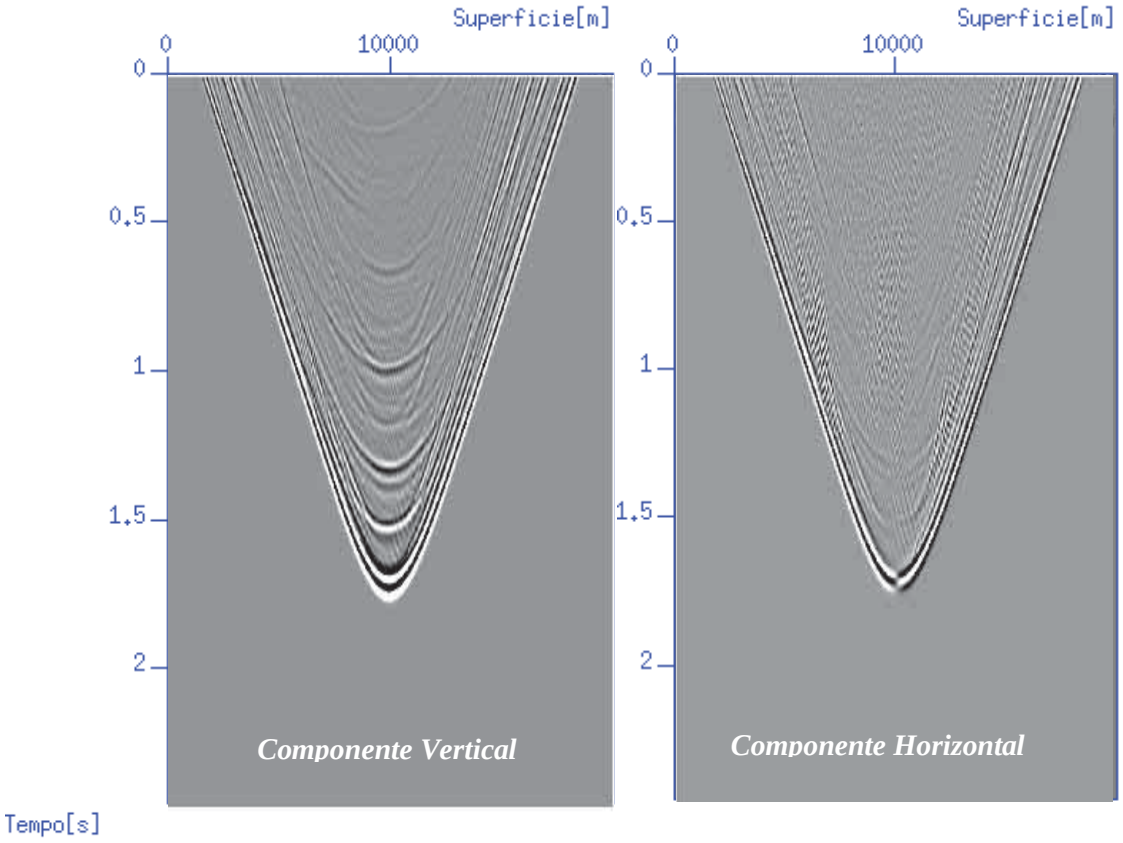


Figura 4.48: Componentes vertical e horizontal do operador de síntese registrado na superfície de maneira inversa no tempo.

usada para a obtenção do campo compressional incidente neste novo datum de aquisição que possui a inclinação do reservatório.

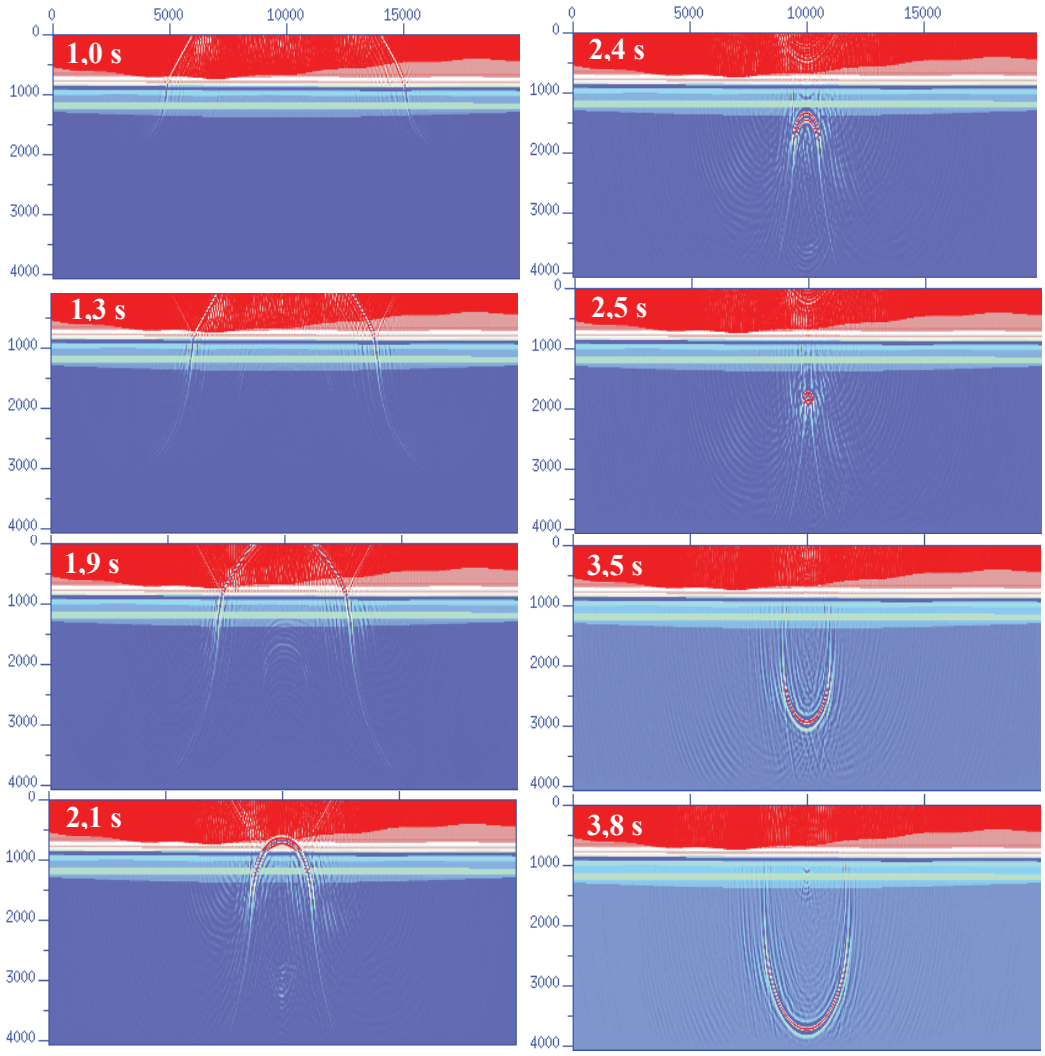


Figura 4.49: *Snapshots* da propagação reversa do operador de síntese a partir da superfície para cálculo do campo compressional incidente no ponto **A**.

A Figura 4.49 apresenta *snapshots* do campo compressional gerado pela propagação reversa do operador de síntese. Pode-se observar que o campo de ondas colapsa no ponto **A**. O campo incidente armazenado neste ponto será usado nas condições de imagem que serão calculadas no 5° passo.

A Figura 4.50 apresenta o campo compressional incidente no domínio x-t (esquerda) e no domínio $\tau - p$ (direita). No domínio $\tau - p$ o eixo horizontal possui 101 amostras com intervalo do parâmetro do raio $\Delta p = 4{,}0$ x 10^{-6} s/m. Pode-se observar que dentro da área destacada na Figura 4.50 não há uma variação considerável de amplitude com o aumento do parâmetro do raio.

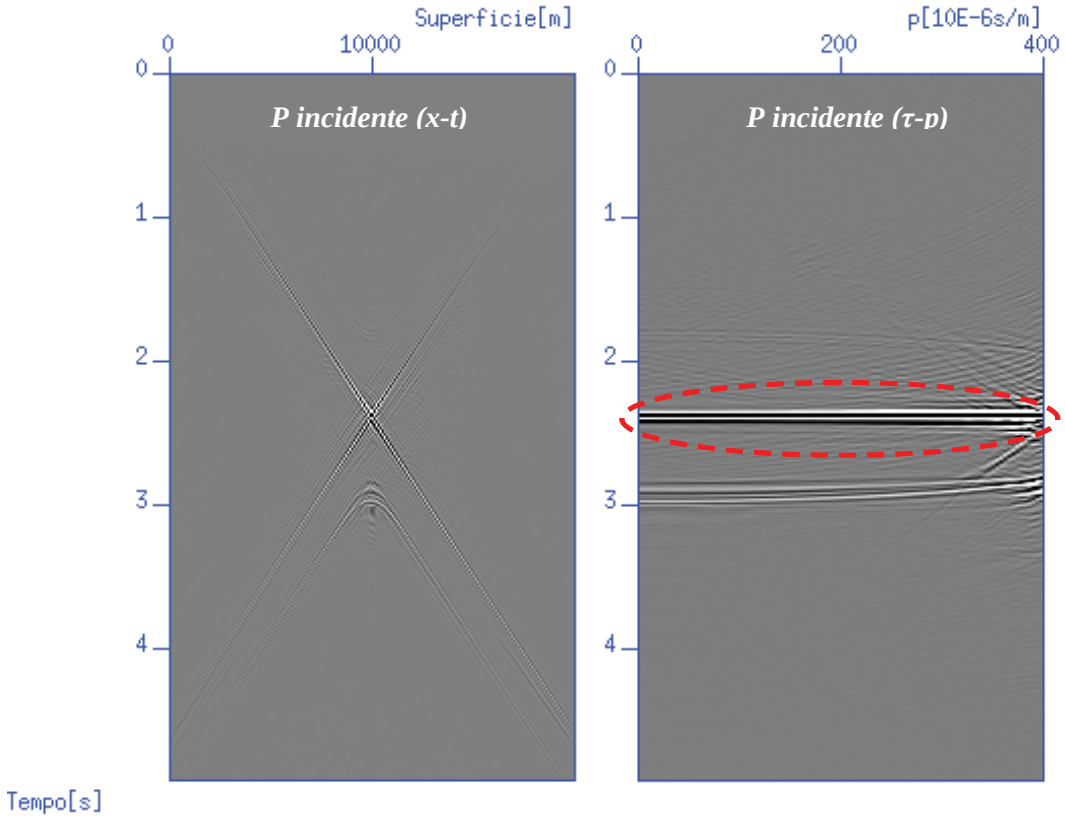


Figura 4.50: Campo compressional incidente na profundidade do ponto **A** no domínio x-t (esquerda) e no domínio $\tau - p$ (direita). Em destaque estão as amplitudes usadas para o cálculo do coeficiente de reflexão Rpp.

4° Passo: Neste passo são obtidos os campos refletidos no novo datum de aquisição, que neste caso está 10 m acima da camada que contém o reservatório (Figura 4.44). Para isso, é necessário a geração da família CFP que nesta tese foi obtida pela propagação

reversa das componentes do operador de síntese com o registro na superfície do campo de ondas que retorna das reflexões nas interfaces do modelo de velocidades completo, isto é, o modelo com todas as camadas. Os *snapshots* desta propagação estão presentes na Figura 4.51 enquanto que as componentes vertical e horizontal da família CFP podem ser visualizadas na Figura 4.52.

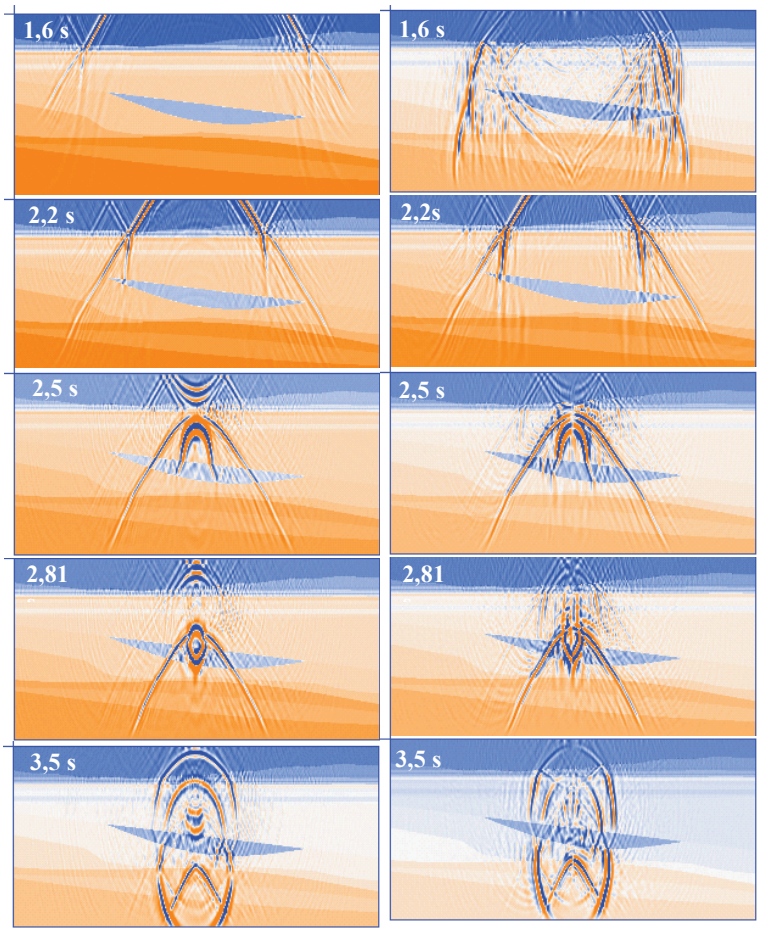


Figura 4.51: Snapshots da propagação das componentes verticais (esquerda) e horizontais (direita) do operador de síntese a partir da superfície.

Após a obtenção da família CFP, inicia-se o processo de redatumação para o novo datum de aquisição. O objetivo da redatumação é levar para o ponto **A** as informações do

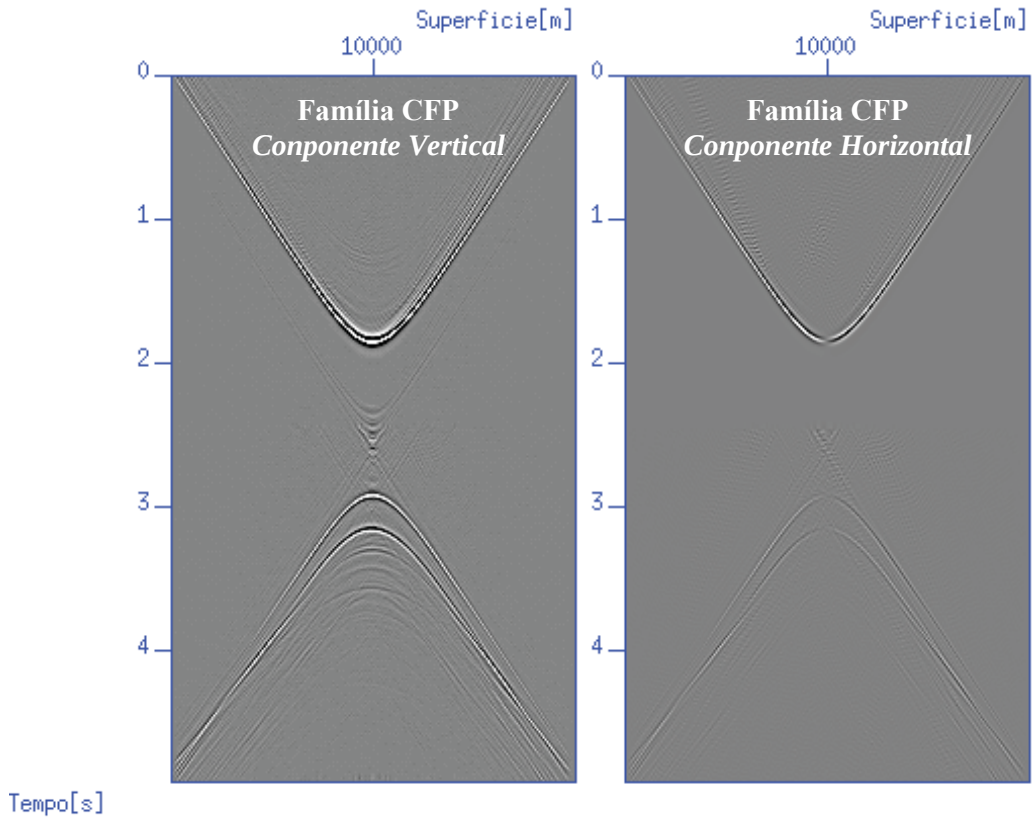


Figura 4.52: Componentes verticais e horizontais da família CFP sintetizada na superfície do modelo.

campo de ondas refletido. Os *snapshots* da propagação reversa das componentes da família CFP são apresentados na Figura 4.53. Observa-se mais uma vez, ou seja, assim como no cálculo do campo incidente, que os campos compressionais e cisalhantes colapsam no ponto **A** levando para este datum as informações das variações da amplitude do campo refletido com o ângulo de incidência. Verifica-se também que os tempos de colapso para cada modo de onda são diferentes, dadas as diferentes velocidades de propagação das ondas P e S. Além disso, observa-se a ausência de dados cisalhantes na camada de água. A Figura 4.54 apresenta os campos compressionais e cisalhantes da família CFP redatumada no domínio *x-t*. O campo compressional no domínio $\tau - p$ é apresentado na Figura 4.55 onde estão destacadas as amplitudes do campo refletido usadas para o cálculo do coeficiente de reflexão Rpp. O coeficiente Rps é nulo, já que não há contraste entre as velocidades cisalhantes nesta simulação.

5° Passo: Obtenção da condição de imagem e geração da curva de variação do coeficiente compressional (Rpp). As Equações 3.27 e 3.28 são utilizadas para gerar as curvas de variação do coeficiente baseado na amplitude máxima e na soma das amplitudes da *wavelet*, sendo os campos Pinc e Pref obtidos a partir da leitura dos respectivos campos apresentados pelas áreas em destaque das Figuras 4.50 e 4.55. Os gráficos obtidos para a variação da amplitude em função do ângulo de incidência do coeficiente Rpp são apresentados na Figura 4.56 juntamente com os valores teóricos para este coeficiente, dado pela Equação 2.15.

Observa-se no gráfico da Figura 4.56 que para ambas as condições de imagem foram encontrados valores do coeficiente de reflexão Rpp muito próximos aos da curva

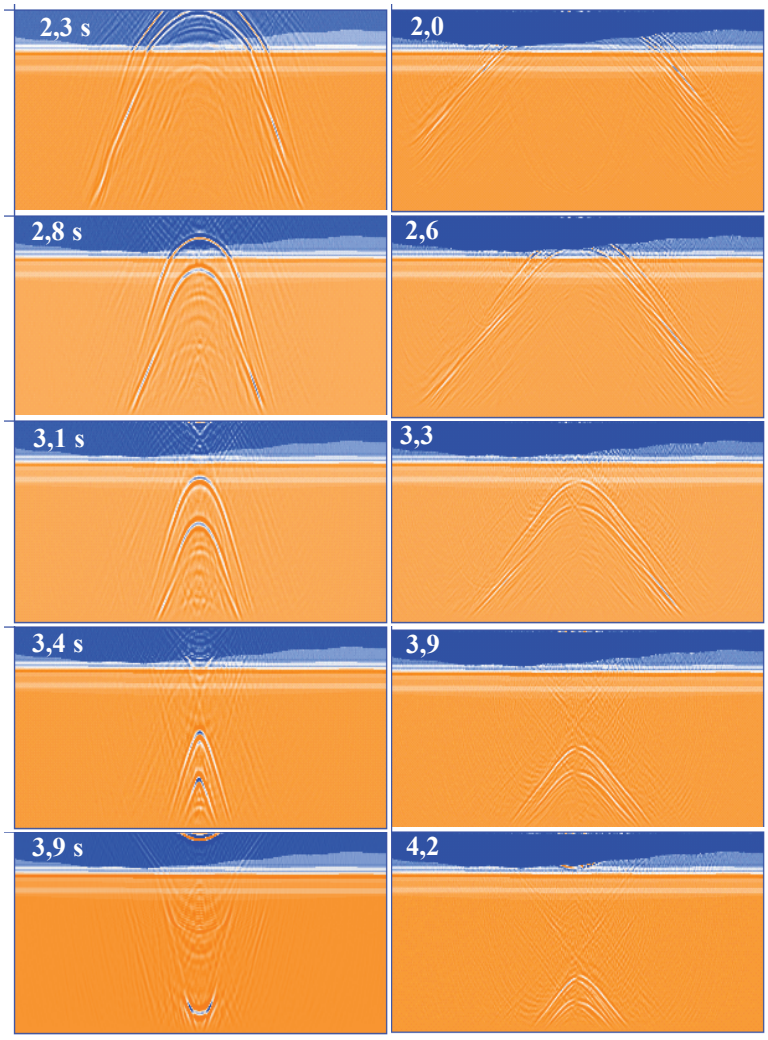


Figura 4.53: *Snapshots* da redatumação da família CFP para o novo datum no modo compressional (esquerda) e cisalhante (direita).

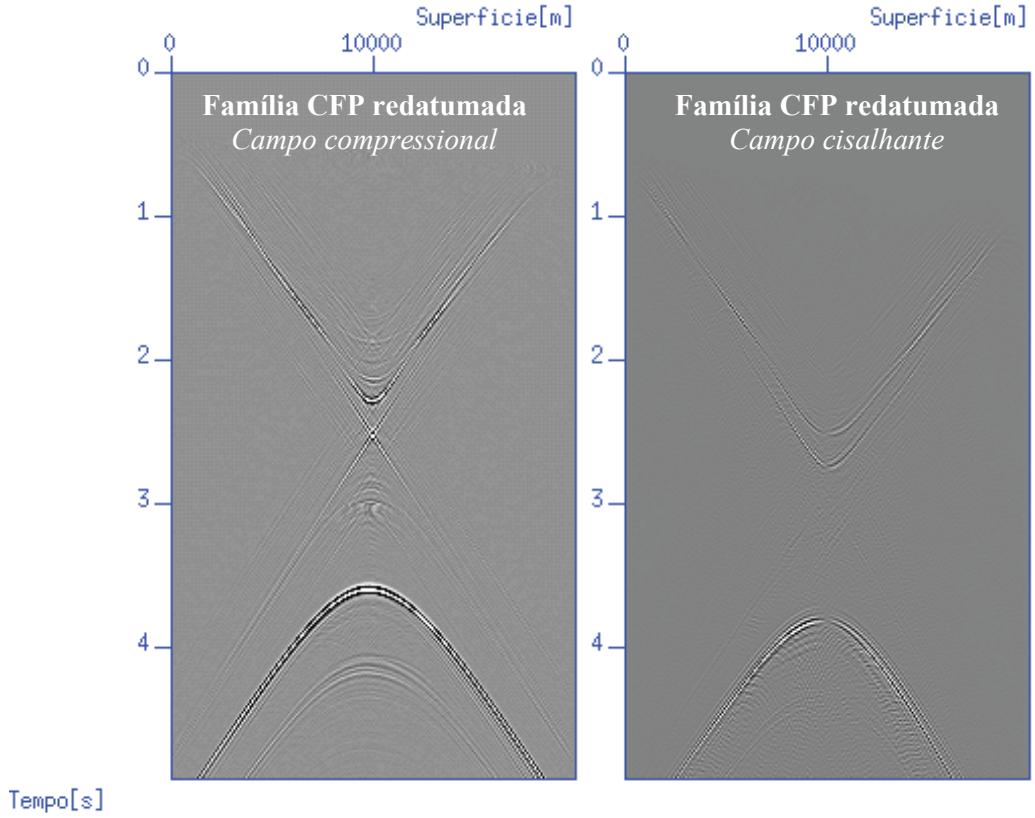


Figura 4.54: Campos compressional (esquerda) e cisalhante (direita) da família CFP redatumada para o novo datum de aquisição.

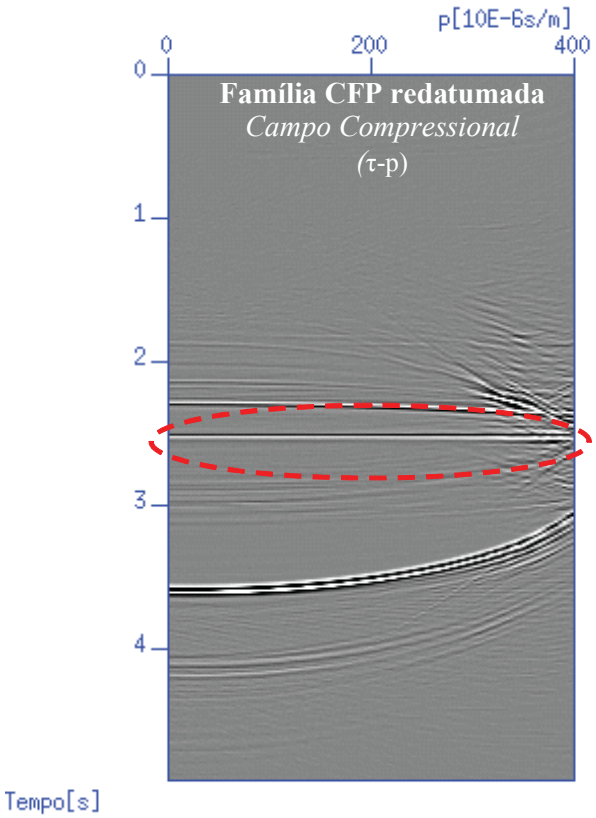


Figura 4.55: Família CFP redatumada (campo compressional) no domínio $\tau - p$. Em destaque as amplitudes do campo refletido utilizadas para cálculo do coeficiente de reflexão Rpp.

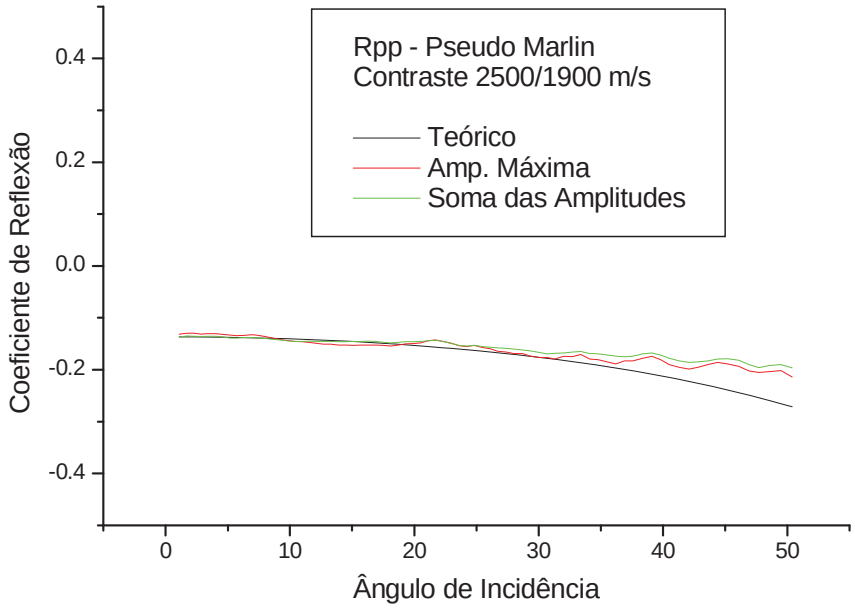


Figura 4.56: Gráfico da variação do coeficiente Rpp para o contraste de impedância proposto no modelo Pseudo-Marlin.

analítica, pelo menos até o ângulo de incidência de 35°. A partir deste ponto, os valores encontrados começam a se afastar do valor teórico.

Foram feitas outras quatro simulações das variações dos coeficientes de reflexão utilizando-se a mesma geometria do modelo Pseudo-Marlin, sendo que foram alterados os contrastes de velocidades para cada situação. A seguir são apresentados apenas os resultados encontrados, já que a mesma metodologia foi utilizada.

Considerando-se Vp_1 e Vs_1 as velocidades da onda compressional e cisalhante da camada acima do reservatório e Vp_2 e Vs_2 as velocidades do reservatório, foram escolhidas quatro diferentes situações em relação ao modelo Pseudo-Marlin original, mantendo-se constante a relação Vp/Vs=1,73:

1^a Situação: Fraco contraste de impedâncias

$Vp_1 = 2500$ m/s

$Vp_2 = 2250$ m/s

2^a Situação: Forte contraste de impedâncias - Negativo

$Vp_1 = 3500$ m/s

$Vp_2 = 2500$ m/s

3^a Situação: Forte contraste de impedâncias - Positivo

$Vp_1 = 2500$ m/s

$Vp_2 = 3500$ m/s

4^a Situação: Idem ao modelo original, porém com Vp/Vs=1,73 para todo o modelo, exceto para água (Vs=0).

Analisando-se os resultados das situações apresentadas, pode-se dizer que para a Situação 1 – fraco contraste de impedâncias – as curvas para ambos os coeficientes

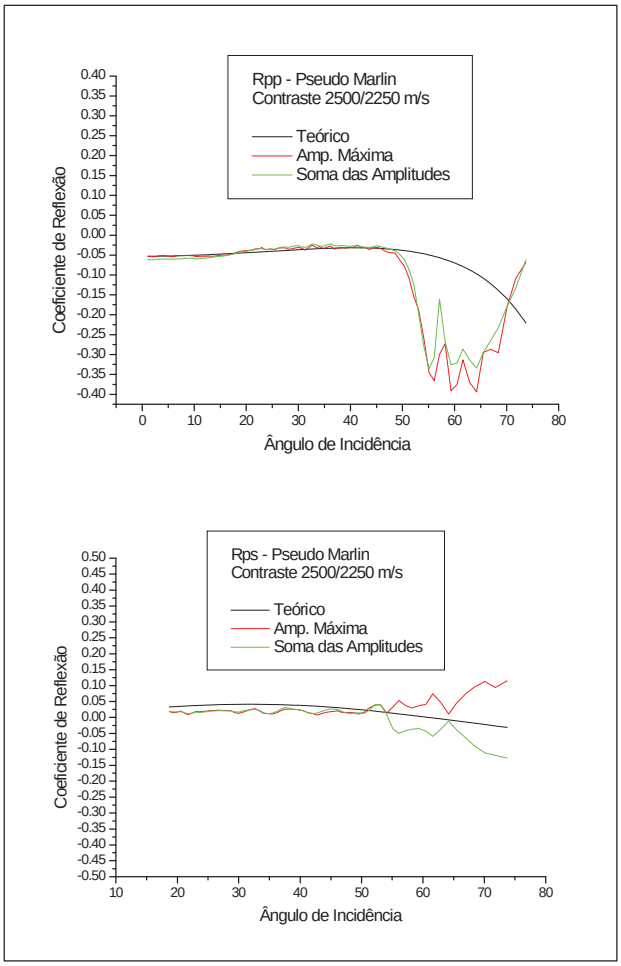


Figura 4.57: Gráfico da variação do coeficiente Rpp e Rps para um menor contraste de impedância proposto na Situação 1.

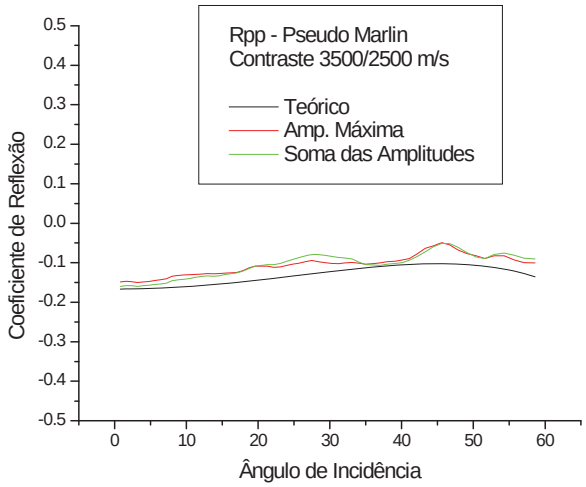


Figura 4.58: Gráfico da variação do coeficiente Rpp para um forte contraste de impedância negativo proposto na Situação 2.

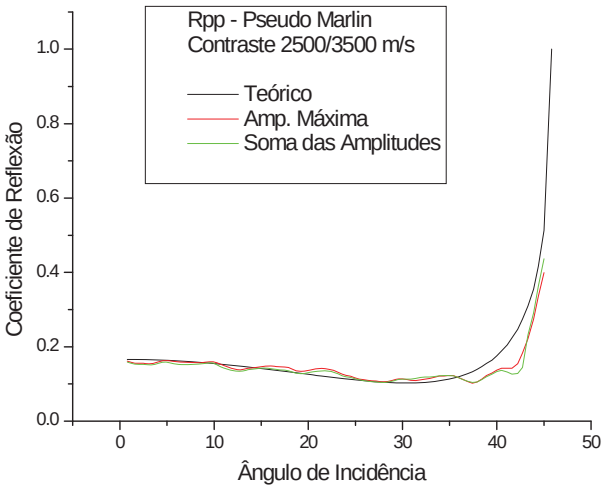


Figura 4.59: Gráfico da variação do coeficiente Rpp para um forte contraste positivo de impedância proposto na Situação 3.

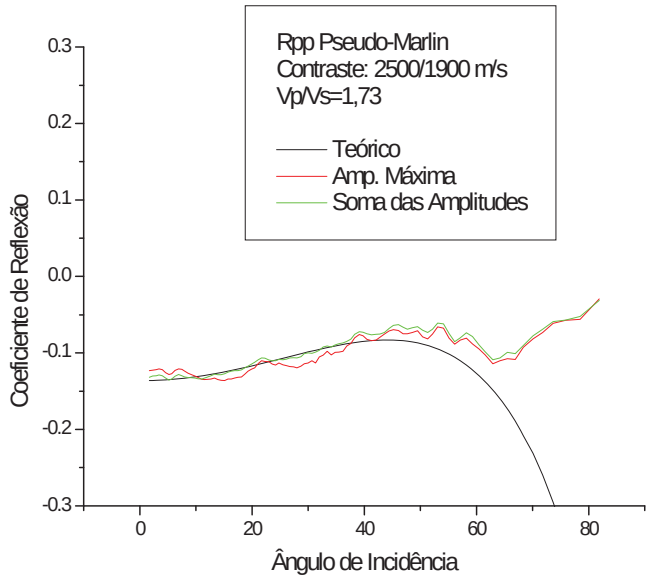


Figura 4.60: Gráfico da variação do coeficiente Rpp o mesmo contraste proposto no modelo Pseudo-Marlin original, sendo, no entanto, a relação Vp/Vs=1,73 para todo o modelo, exceto para a água (Situação 4).

(Figura 4.57) apresentaram bons resultados até o ângulo de 50°, sendo que o coeficiente Rpp apresentou-se com um menor erro em relação à curva teórica.

Para Situação 2 – forte contraste negativo - o resultado do coeficiente Rpp para pequenos ângulos de incidência utilizando a condição de soma das amplitudes apresentou um melhor resultado do que o baseado na amplitude máxima (Figura 4.58). Para ângulos intermediários esta situação se inverteu.

Para a Situação 3 – forte contraste positivo – ambas as condições de imagem forneceram bons resultados (Figura 4.59), inclusive até o ângulo crítico, que para este caso é de 45,5°.

Finalizando, na Situação 4 foi proposto calcular o coeficiente Rpp para o mesmo contraste de impedâncias do modelo Pseudo-Marlin original, sendo que com a relação Vp/Vs igual a 1,73 para todo o modelo com exceção da camada de água que possui Vs=0. O resultado alcançado (Figura 4.60) mostrou uma curva diferente da encontrada na Figura 4.56. Neste caso, observou-se uma maior precisão da curva baseada na soma das amplitudes, pelo menos até o ângulo de incidência de 40°.

Capítulo 5

Conclusões e Comentários

Nesta tese foi feita uma extensão da aplicação do conceito de Migração Reversa no Tempo para, além de determinar imagens dos refletores corretamente posicionados em profundidade, obter-se uma estimativa do coeficiente de reflexão de determinada interface em função do ângulo de incidência.

As equações completas da onda, tanto acústica, quanto elástica, utilizadas para a propagação dos campos de onda apresentaram resultados que indicam que a metodologia proposta se aplica a ambientes geológicos com qualquer complexidade, pois não envolve aproximações assintóticas ou aproximação de Born como é o caso de outros esquemas de extrapolação, como os empregados na migração Kirchhoff, dentre outros, que não são recomendados em ambientes com camadas com alto grau de mergulho, grandes variações laterais de velocidade e/ou altos contrastes de impedância.

O método de diferenças finitas (MDF), utilizando aproximações de segunda ordem para as derivadas parciais temporais e de quarta ordem para as derivadas espaciais, mostrou-se eficiente para discretizar o problema de propagação de ondas, tanto para os

operadores acústicos e elásticos 2-D, quanto para o caso acústico 3-D.

Uma nova aplicação do conceito de família CFP em profundidade foi desenvolvida neste trabalho, que ao contrário das aplicações desenvolvidas por outros pesquisadores, principalmente os pertencentes ao Consorcio Delft, o ponto focal de onde parte o operador é previamente conhecido. Neste caso, o objetivo da aplicação do conceito é obter a função AVA (amplitude *versus* ângulo) nas proximidades em que este ponto se encontra. Nesta tese foi utilizada a técnica CFP para combinar os dados de superfície de forma a levar as informações do campo refletido, através das extrapolações do campo de ondas, para um ponto próximo do refletor o qual deseja-se obter a variação da refletividade com o ângulo de incidência. Os resultados mostraram que esta interface não precisa ser necessariamente plana.

Na metodologia apresentada pressupõe-se a existência de um macro-modelo de velocidades com as principais feições estruturais. Fato este bastante razoável, pois os esquemas de análise de velocidades já determinam macro-modelos no processamento de dados sísmicos realizados nas companhias de petróleo e de serviço.

É preciso ter o entendimento da magnitude do ângulo de reflexão dos dados sísmicos que chegam a superfície, para se ter uma idéia de até onde a curva de AVA é consistente, ou seja, não se pode esperar que sejam obtidas curvas de amplitudes de reflexões que não são registradas nos dados sísmicos.

Esta tese estende a aplicação do conceito da condição de imagem baseada na amplitude máxima. Os resultados mostraram que as amplitudes oriundas da aplicação do conceito de condição de imagem por tempo de excitação podem ser decompostas em contribuições que dependem do ângulo do campo incidente para um determinado ponto.

Uma nova condição de imagem foi proposta neste trabalho baseada na soma dos módulos das amplitudes da *wavelet* que contém a amplitude máxima. As aplicações para algumas situações propostas mostraram que esta condição apresenta resultados melhores, para a obtenção da função refletividade, que a baseada apenas na amplitude máxima.

Para simulações com baixos contrastes de impedância entre as camadas, as curvas de variação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência apresentaram melhores resultados do que as simulações com fortes contrastes.

Os resultados encontrados ao longo das pesquisas desenvolvidas nesta tese, tanto para os operadores acústicos 2- e 3-D, quanto para o operador elástico, apresentaram valores muito próximos aos valores analíticos encontrados através dos respectivos coeficientes. Estes resultados são bons indicativos de que esta linha de pesquisa deve ser continuada no sentido de aprimorar os esquemas de extrapolação do campo de ondas, bem como a obtenção dos operadores de síntese e das famílias CFP's.

Recomenda-se que, para dar continuidade à linha de pesquisa iniciada nesta tese, sejam feitos estudos e aplicações, tais como:

1. Avaliar a aplicação da metodologia proposta em dados reais;

2. Avaliar a estabilidade da função refletividade no caso em que o modelo de velocidades suavizado é utilizado para se obter o operador de síntese e a redatumação dos dados;

3. Avaliar os resultados para o caso de obter as famílias CFP's realizando o somatório de convoluções entre o operador de síntese e os sismogramas de campo;

4. Avaliar os resultados desta metodologia em aplicações 3-D marítimas tradicionais, onde o campo de ondas refletido não é corretamente amostrado por falta de informações

na direção *crossline*;

5. Aplicar a metodologia em casos acústicos e elásticos 3-D com dimensões realísticas utilizando um esquema de processamento paralelo;

6. Determinar os parâmetros de aquisição utilizando a migração reversa no tempo generalizada (redatumação em torno do ponto focal), isto é, investigar a faixa de ângulos de incidência que atinge determinado ponto ou interface;

7. Testar outros esquemas de extrapolação do campo de ondas com o objetivo de minimizar os efeitos de propagação, tal como o uso da equação da onda não reflexiva;

8. Um estudo de sensibilidade deve ser feito para avaliar quais aproximações dos coeficientes de reflexões baseados nas equações de Zoeppritz são aplicáveis para cada caso, isto é, diferenciar as aproximações dos coeficientes de reflexão teóricos entre contrastes fracos ou fortes e pequenos ou grandes ângulos de incidência.

9. Determinar curvas de AVA para interfaces abaixo de camadas com anisotropia utilizando a metodologia proposta, já que para estes ambientes a anisotropia pode ter influência significativa na relação AVO/AVA.

10. Melhorar a relação sinal/ruído silenciando algumas reflexões antes de passar para o domínio $\tau - p$.

Referências

[1] Yilmaz, Ö., 2001. *Seismic Data Analysis (Processing, Inversion, and Interpretation of Seismic Data)*. Volume II. 2a ed. SEG - Society of Exploration Geophysicists.

[2] Nestvold, E. O., 1992. *3-D seismic: Is the promise fulfilled?* Geophysics. The Leading Edge.

[3] Aylor, W. K., 1995. *Business performance and value of exploitation 3-D seismic*. The Leading Edge.

[4] Greenlee, S. M., Gaskins, G. M., Johnson, M. G., 2002. *3-D seismic benefits from exploration through development: An Exxon perspective*. The Leading Edge.

[5] Coelho, A. A. , Suslick, S. B. , 2005. *Um Indicador do Valor da Informação Sísmica em Projetos de Exploração de Petróleo*. Ninth International Congress of the Brazilian Geophysical Society.

[6] Clapp, M. L., 2005. *Imaging under salt ilumination compesation by regularized inversion*. Ph.D. Dissertation, Stanford University, USA.

[7] Boechat, J. B. T., 2007. *Migração reversa no tempo 3-D orientada ao alvo por sísntese de frentes de onda*. Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ.

[8] Baysal, E., Kosloff, D. D., Sherwood, J.W.C., 1983. *Reverse time migration.* Geophysics, v.48, pp1514-1524.

[9] Loewhenthal, D., Mufti, I.R., 1983. *Reverse time migration in spacial frequency domain.* Geophysics, v.48, pp.627-635.

[10] Levin, S., 1984. *Principle of reverse time migration.* Geophysics, v.49, pp. 581-583.

[11] Faria, E.L., 1986. *Migração antes do empilhamento utilizando propagação reversa no tempo.* Dissertação de Mestrado, PPPG - UFBA.

[12] Loewhenthal, D., Hu, L., 1991. *Two methods for computing the imaging condition for common-shot pre-stack migration.* Geophysics, v.58, pp. 378-381.

[13] Chang, W.F., McMechan, G.A., 1986. *Reverse time migration of offset vertical seismic profiling data using the excitation time imaging condition.* Geophysics, v.51, pp. 67-84.

[14] Sava, P.C., 2004. *Migration and Velocity Analysis by Wavefield Extrapolation.* PHD Thesis, Stanford University.

[15] Russo, E.R. et al, 2004. *A realidade Virtual na Indústria de Exploração e Produção de Petróleo.* Realidade Virtual: Conceitos e Tendências - Livro do Pré-Simpósio SVR 2004, Cap. 21, p.283-288. Ed. Mania de Livro, S. Paulo.

[16] Koefoed, O., 1955. *On the effect of Poisson's ratios of rock strata on the reflection coefficients of plane waves.* Geophysics Prosp., v.3, pp. 381-387.

[17] Castagna, J.P., Backus, M.M., 1993. *Offset-dependent reflectivity: theory and practice of AVO analysis.* IG series: v. 8. SEG.

[18] Ostrander, W.J., 1984. *Plane-wave reflection coefficients for gas sand at nonnormal angle of incidence.* Geophysicis, v.49, pp.1637-1648.

[19] de Bruin, C.G.M., 1992. *Linear AVO inversion by prestack depth migration. Imaging angle dependent reflectivity as a toll for litho-stratigraphic inversion.* PhD Thesis. University of Technology of Delft, Netherlands.

[20] Vasquez, A.C.R., 1999. *Recuperação de atributos sísmicos utilizando a migração para afastamento nulo.* Dissertação de Mestrado, INICAMP, SP.

[21] Romanelli Rosa, A.L., 1976. *Extraction of elastic parameters using seismic reflection amplitude with offset variation.* Master of Science Thesis, University of Houston, USA.

[22] Cenverny, V., Ravindra, R., 1971. *Theoria of seismic head wave.* University of Toronto Press.

[23] Aki, K., Richards, P.G., 1980. *Quantitative seismology - theory and methods.* San Francisco, USA. W.H. FREEMAN and CO.

[24] Shuey, T.T.A., 1985. *A simplification of Zoeppritz equation.* Geophysics, v. 40, p.609-614.

[25] Nunes de Barros, A.Z., 1997. *Avaliação comparativa de expressões linearizadas do*

coeficiente de reflexão sísmico para extração de parâmetros elásticos. Dissertação de Mestrado, UFBA. Salvador, BA.

[26] Berkhout, A.J., e Wapenaar, C.P.A., 1990. *Delphi: Delpft philosophy on acoustic an elastic inversion*. The Leading Edge of Exploration.

[27] Berkhout, A.J., 1992. *Areal shot-record technology.* Journal of Seismic Exploration 1, n. 3, 251-264.

[28] Rietveld, W.E.A., Berkhout, A.J., Wapenaar, P.A., 1992. *Optimum seismic illumination of hydrocarbon reservoirs*. Geophysics v.57, pp. 1334-1345.

[29] Rietveld, W.E.A., 1995. *Controlled illumination of pre-stack seismic migration.* Ph.D. Dissertation, Delft University of Technology.

[30] Zhang, Y., Sun, J., Notfors, C., Gray, S.H., Chernis, L., Young, J., 2003. *Delayed-shot 3D depth migration*. Gephysics, v.70, pp. E21-E28.

[31] Zhang, Y., Sun, S.G., Young, J., 2006. *Sampling issues in delayed-shot migration and plane-wave migration*. EAGE-Expanded Abstract.

[32] Soares Filho, D.M., 1994. *Inversão dos tempos das ondas refletidas: combinações de tomografia, migração e técnica de DIX*. Tese de Doutorado - PPPG, Univesidade Federal da Bahia.

[33] Farra, V., Madariaga, R., 1988. *Non-linear reflection tomography*. Geophys J. R. Astr. Soc., v.95, pp. 135-147.

[34] Cunha , P.E.M., Palermo, L.A.C., 2003, A Multi-source version of the Reverse Time Migration (RTM). Apresentado no 8th International Congress of the Brazilian Geophysical Society.

[35] Bezerra, A.C., 2001. *Deconvolução preditiva multicanal utilizando interpolação de traços sísmicos e transformada tau-p.* Dissertação de mestrado, Instituto de Geociência da UFBA.

[36] Levander, A.R., 1988. *Fourth-order finite-difference P-SV seismogram.* Geophysics, v.53, pp. 1425-1436.

[37] Bulcão, A., 2004. *Modelagem e migração reversa no tempo empregando operadores elásticos e acústicos.* Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.

[38] Wang, Y., 1999. *Approximations to the Zoeppritz equations and their use in AVO analysis.* Geophysics Journal, v.64, No.6, p1920-p1927.

[39] Figueiredo, N. D., Alves, E.F., Pestana, R., Aldunate, G., 2007. *Migração pré-empilhamento dos dados sísmicos BP 2004.* 10th International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 19-22 November 2007.

[40] Thorbecke, J.W., 1997. *Common Focus Point Technology.* PhD Thesis. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.

[41] Winthaegen, P.L.A., Verschuur, D.J., 1998. *Using the CFP-methodology for PP and PS angle dependent reflectivity analysis.* SEG International Exposition and 72nd Annual Meeting.

[42] Berkhout, A. J., 1997. *Pushing the limits of seismic imaging, Part I: Prestack migration in terms of double dynamic focusing.* Geophysics, vol. 62, no. 3, p. 937-954.

[43] BERKHOUT, A. J., 1997. *Pushing the limits of seismic imaging, Part II: Integration of prestack migration,velocity estimation, and AVO analysis.* Geophysics, vol. 62, no. 3, p. 954-969.

[44] Santos, L.A., Soares Filho, D.M., 2007. *Avoiding ocean bottom complexities by using wave equation redatuming.* 10th International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil,19-22 November 2007.

[45] Loewenthal, D., Hu, L., 1991. *Two methods for computing the imaging condition for common-shot prestack migration.* Geophysics, v.56, pp. 378-381.

[46] Botelho, M.A.B. e Stoffa, P.L., 1991. Finite-difference reverse time migration of multiconfiguration marine seismic data. 2nd International Congress of The Brazilian Geophysical Society held in Salvador, BA, Brazil.

[47] Botelho, M.A.B., Stoffa, P.L., 1988. *Velocity analysis using reverse time migration.* AGU annual meeting.

[48] Gazdag, J., 1978. *Wave equation migration with the phase-shift method.* Geophysics, 43, 1342-1351.

[49] Gazdag, J. e Sguazzero, P., 1984. *Migration of seismic data by phase shift plus interpolation.* Geophysics, 49, 124-131

[50] Freire, R. M. L., 1988. *Migration por mudança de fase em duas etapas*. Tese de Doutorado, UFBA, Bahia, Brasil.

[51] Stoffa, P. L., Fokkema, J. T., Freire, R. M. L. e Kessinger, W.P., 1990. *Split-step Fourier Migration*. Geophysics, 55, 410-421.

[52] Berkhout, A.J., Blacquière, G., Verschuur, E., 2008. *From simultaneous shooting to blended acquisition*. Expanded Abstract, SEG Las Vegas Annual Meeting.

[53] Kim, Y., Cha, Y.H., Shin,C., Ko, S., Seo, Y., 2008. *Improved logarithmic waveform inversion considering the power-spectrum of the wavefield*. Expanded Abstract, SEG Las Vegas Annual Meeting.

[54] Verney, P., Rainaud, J.F., 2008. *A knowledge-based approach of seismic interpretation: horizon and dip-fault detection by means of cognitive vision*. Expanded Abstract, SEG Las Vegas Annual Meeting.

[55] Nolan, C.J., Symes, W.W., 1996. *Imaging and coherence in complex structure.* Expanded Abstracts, SEG-Society of Exploration Geophysicists Annual Meeting.

[56] Zhu, J., Lines, L.R., 1998. *Comparison of Kirchhoff and reverse-time migration methods with applications to pre-stack depth imaging of complex structures.* Geophysics, v. 63, pp. 1166-1176.

[57] Chattopadhyay, S. e McMechan, G.A., 2008. *Imaging conditions for prestack reverse-time migration*. Geophysics, v.73, no. 3.

[58] Santos, L.A., Theodoro, A.E., Soares Filho, D.M., Bulcão, A., 2006. *Aplicação da técnica de redatumização de dados sísmicos.* X SIMGEF PETROBRAS.

[59] Aminzadeh, F., Burkhard, N., Long, J., Kunz, T., Duclos, P.,1996. *Three-dimensional SEG/EAGE models, an update.* The Leading Edge, 15, 131-134.

[60] Cerjan, C., Kosloff, D., Kosloff, R., and Reshef, M., 1985. *A Nonreflecting Boundary Condition For Discrete Acoustic and Elastic Wave Equation.* Geophysics, v.50, pp. 705-708.

[61] Costa, J. L., 2006. *Migração Reversa no Tempo de Super-Sismogramas Visando Objetivos Localizados nos Flancos e Abaixo de Domos Salinos.* Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ.

[62] Fichman, S., 2005. *Modelagem Sísmica em Meios Acústicos, Elásticos e Poroelásticos.* Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ.

[63] Mufti, I. R., 1990. *Large-Scale Three-Dimensional Seismic Models and Their Interpretive Significance.* Geophysics, v.55, pp. 166-1182.

[64] Reynolds, A. C., 1978. *Boundary Conditions For the Numerical Solution of Wave Propagation Problems.* Geophysics, v.43, pp. 1099-1110.

[65] Silva, J.J., 2002. *Migração Reversa no Tempo: Resolução Sísmica Interpoços.* Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ.

[66] Fernandes, R.A.R., 1998. *Modelagem e Migração para Meios Anisotrópicos Utilizando a Equação Acústica Completa da Onda.* Dissertação de Mestrado – UFBA.

[67] Graff, K. F., 1975. *Wave Motion in Elastic Solids*. Dover Publications, INC., New York.

[68] Passos, G. F., 2002. *Modelagem Sísmica em Meios Efetivos Simulando Reservatórios de Hidrocarbonetos*. Dissertação de Mestrado – UFBA.

[69] Rosa Filho, J. C., 2002. *Modelagem Sísmica de Ondas Elásticas e Migração Reversa no Tempo em Meios Transversalmente Isotrópicos*. Dissertação de Mestrado – COPPE/UFRJ.

Apêndice A

1. Modelagem Acústica 3D

A sísmica de reflexão é uma das ferramentas mais efetivas no processo de exploração de Petróleo & Gás, fornecendo importantes informações estratigráficas e estruturais a respeito da geologia em subsuperfície. O principal propósito da utilização da modelagem sísmica é a validar o modelo geológico a partir da comparação do dado sintético com o dado de campo.

A modelagem sísmica 3D tem sido bastante utilizada como solução para problemas estruturalmente complexos, sendo considerada uma ferramenta com alto poder de resolução espacial, apesar do custo computacional exigido. Resumidamente, a modelagem sísmica objetiva (Fichman, 2005 [62]):

i. Avaliar as possibilidades e limitações do método sísmico;
ii. Otimizar os parâmetros de aquisição com base no interesse geológico;
iii. Gerar dados sísmicos sintéticos para a avaliação de novas metodologias de inversão e imageamento;
iv. Verificar o quanto os modelos sintéticos honram os dados sísmicos de campo, na etapa de interpretação.

Problemas de modelagem na exploração geofísica geralmente lidam com estruturas ou estratificações complexas, caracterizadas por interfaces irregulares de difícil imageamento. A limitação no que diz respeito ao conhecimento das características físicas e geométricas das estruturas geológicas constitui uma das principais causas da queda de performance na exploração e produção. Devido às estruturas geológicas associadas a hidrocarbonetos exibirem feições em três dimensões,

a modelagem 3D possibilita o conhecimento de informações adicionais que não seriam contempladas na modelagem 2D.

 importante ressaltar que, apesar de grande parte dos algoritmos assumirem o meio de propagação como ac stico, ao se considerar as características elásticas das rochas como densidade e velocidade das ondas compressionais (*P*) e cisalhantes (*S*) é possível obter melhores aproximações do modelo geológico em questão, além de compreender melhor os mecanismos de propagação de ondas no meio elástico.

Ambas as equações da onda (ac stica e elástica) foram discretizadas utilizando o método de Diferenças Finitas, com aproximações de quarta ordem espacial e segunda ordem temporal. Para o caso ac stico foi utilizada uma malha com células de dimensões (Nx, Ny, Nz). om o objetivo de aumentar a estabilidade do algoritmo de modelagem e a precisão dos cálculos, foi utilizado um esquema de malhas intercaladas para o caso elástico.

as seções a seguir, será desenvolvida, respectivamente, a modelagem ac stica e elástica 3D, utilizando o método de discretização por diferenças finitas. ambém serão desenvolvidos os critérios de não dispersão e estabilidade numéricas, assim como condições para superfícies não reflexivas.

1. Modelagem Acústica 3D

Para a reprodução da propagação de ondas ac sticas em subsuperfície é utilizada a equação diferencial parcial da onda de segunda ordem, em três dimensões, representando o comportamento do campo de onda ac stico ao longo do meio, com variações no espaço e no tempo. A propagação da onda para meios ac sticos com densidade constante é regida pela seguinte equação:

$$\nabla^2 P - \frac{1}{V^2(x,y,z)}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = f(t)\delta(x - x_f)\delta(y - y_f)\delta(z - z_f) \quad (1.1)$$

na qual, *P* é o campo de pressão, variando em função de □□□, □(as coordenadas espaciais) e □(coordenada temporal), □□□□□□□□é a velocidade do meio, $f(t)$ representa uma fonte impulsiva, que depende do tempo t, localizada na posição (x_f, y_f, z_f).

Para realizar a modelagem computacional de propagação no meio ac□stico é necessário calcular sucessivas soluções da equação diferencial parcial da onda, em diferentes tempos e diferentes posições espaciais. O □étodo das Diferenças Finitas (□DF) é uma das técnicas mais utilizadas para resolver equações diferenciais, sendo baseado na aproximação de derivadas por diferenças finitas.

A derivada parcial de uma função P em relação à x, de acordo com a definição, pode ser escrita como:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (1.2)$$

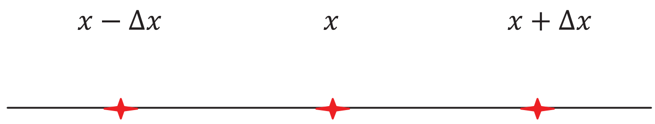
□onsiderando um intervalo ΔP suficientemente pequeno, mas não infinitesimal, pode□se escrever:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \cong \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (1.3)$$

A malha numérica foi introduzida subdividindo o eixo x $(i = 1, 2, 3, \dots, Nx)$ em espaçamentos regulares Δ□, o eixo y $(j = 1, 2, 3, \dots, Ny)$ em Δ□ e, o eixo z $(k = 1, 2, 3, \dots, Nz)$ em Δ□ Desta maneira, o modelo pode ser visto como um meio discreto, possuindo, a partir de agora, dimensões:

$$\begin{cases} x = i\Delta x, i = 1, 2, 3, \dots, Nx \\ y = j\Delta y, j = 1, 2, 3, \dots, Ny \\ z = k\Delta z, k = 1, 2, 3, \dots, Nz \end{cases}$$

Para a realização de operações nesta malha, foi considerado o método das [illegible] $\left[\frac{df}{dx}\Big|_{x=i} = \frac{1}{2\Delta x}(f_{i+1} - f_{i-1})\right]$ no qual o cálculo no ponto desejado depende do valor anterior e posterior ao mesmo.



O valor do campo de onda na malha é inicialmente $(t = 0s)$ nulo. Após aplicação da fonte impulsiva em um determinado ponto da malha, torna-se possível obter valores de propagação do campo de onda em intervalos de tempo regulares $t = \Delta t, 2\Delta t, \dots$. Para facilitar a discretização da equação da onda, a representação dos intervalos de tempo t, foi reescrita em termos de n, $n+1, n+2, \dots$ mantendo a equivalência de $n = 0 \leftrightarrow t = 0$.

As alterações realizadas na escrita de alguns termos $(i, j, k\ e\ n)$ tornam possível introduzir a seguinte notação para o campo de onda $P(x, y, z, t)$ e a fonte $f(t)$:

$$\left.\begin{matrix} P(x,y,z,t) = P_{i,j,k}^{n} \\ f(t) = f_n \end{matrix}\right\} n = 0,1,2,3, \dots$$

na qual, de forma mais compacta, apenas os índices ([illegible] e [illegible]) são utilizados para representar a posição e o tempo de cada termo.

Para calcular a equação diferencial parcial da onda, é necessário estabelecer condições iniciais e condições de contorno para o problema. Para realizar a modelagem assume-se que, como condição inicial, o campo de ondas e a primeira derivada temporal sejam nulos para o tempo inicial $n = 0$:

$$\left.\begin{matrix} P_{i,j,k}^{0} = 0 \\ \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_{i,j,k}^{0} \end{matrix}\right\} 1 \le i \le Nx, 1 \le j \le Ny, 1 \le k \le Nz$$

As condições de contorno serão definidas posteriormente.

1.1. □pe□ado□□spacial e □empo□al

Os operadores de diferenças finitas foram desenvolvidos baseando-se no truncamento da série de Taylor. Foi considerada uma aproximação de quarta ordem para a derivada espacial e segunda ordem para a temporal. É importante ressaltar que, quanto maior a aproximação considerada, mais esses termos se aproximam do valor da derivada (entretanto, maior será o custo computacional).

A seguir, é desenvolvido o processo de expansões em série de Taylor para uma função *F* genérica:

$$F(x-2\Delta x) = F(x) - \frac{2\Delta x}{1!}\frac{dF(x)}{dx} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!}\frac{d^2F(x)}{dx^2} - \frac{(2\Delta x)^3}{3!}\frac{d^3F(x)}{dx^3} + \\ + \frac{(2\Delta x)^4}{4!}\frac{d^4P(x)}{dx^4} - \frac{(2\Delta x)^5}{5!}\frac{d^5F(x)}{dx^5} + O\left[(\Delta x)^6\right] \quad (1.4)$$

$$F(x-\Delta x) = F(x) - \frac{\Delta x}{1!}\frac{dF(x)}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{d^2F(x)}{dx^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{d^3F(x)}{dx^3} + \\ + \frac{(\Delta x)^4}{4!}\frac{d^4F(x)}{dx^4} - \frac{(\Delta x)^5}{5!}\frac{d^5F(x)}{dx^5} + O\left[(\Delta x)^6\right] \quad (1.5)$$

$$F(x+\Delta x) = F(x) + \frac{\Delta x}{1!}\frac{dF(x)}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{d^2F(x)}{dx^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{d^3F(x)}{dx^3} + \\ + \frac{(\Delta x)^4}{4!}\frac{d^4F(x)}{dx^4} + \frac{(\Delta x)^5}{5!}\frac{d^5F(x)}{dx^5} + O\left[(\Delta x)^6\right] \quad (1.6)$$

$$F(x+2\Delta x) = F(x) + \frac{2\Delta x}{1!}\frac{dF(x)}{dx} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!}\frac{d^2F(x)}{dx^2} + \frac{(2\Delta x)^3}{3!}\frac{d^3F(x)}{dx^3} +$$
$$+ \frac{(2\Delta x)^4}{4!}\frac{d^4F(x)}{dx^4} + \frac{(2\Delta x)^5}{5!}\frac{d^5F(x)}{dx^5} + O\left[(\Delta x)^6\right] \qquad (1.7)$$

Pretende-se obter uma representação da derivada segunda para os termos da equação da onda acústica. Para tal realização, é necessário manipular as quatro equações anteriores da seguinte forma:

- Somar a equação (1.4) com (1.5):

$$F(x+2\Delta x) + F(x-2\Delta x) = 2F(x) + 4(\Delta x)^2\frac{d^2F(x)}{dx^2} + \frac{16(\Delta x)^4}{12}\frac{d^4F(x)}{dx^4} +$$
$$+ O\left[(\Delta x)^6\right] \qquad (1.8)$$

- Somar a equação (1.5) com (1.6):

$$F(x+\Delta x) + F(x-\Delta x) = 2F(x) + (\Delta x)^2\frac{d^2F(x)}{dx^2} + \frac{(\Delta x)^4}{12}\frac{d^4F(x)}{dx^4} + O\left[(\Delta x)^6\right] \qquad (1.9)$$

- Multiplicar a equação (1.9) por 16 e, em seguida, subtrair de (1.8):

$$16\left[F(x+\Delta x) + F(x-\Delta x)\right] - F(x+2\Delta x) - F(x-2\Delta x) = 30F(x) +$$
$$+ 12(\Delta x)^2\frac{d^2F(x)}{dx^2} + O\left[(\Delta x)^6\right] \qquad (1.10)$$

- □solar a derivada segunda:

$$\frac{d^2F(x)}{dx^2} = \left[\frac{-F(x-2\Delta x)+16F(x-2\Delta x)-3\square F(x)+16F(x+\Delta x)-F(x+2\Delta x)}{12(\Delta x)^2}\right]+ \\ +O\left[(\Delta x)^4\right] \qquad (1.11)$$

A equação (1.11) representa a aproximação, de quarta ordem, da derivada segunda por diferenças finitas. O termo $O[(\Delta x)^4]$ é uma representação do erro cometido no cálculo da aproximação.

□ara obter a aproximação da derivada de segunda ordem, o processo é similar:

- □onsiderar a equação (1.□) e isolar a derivada segunda, truncando-a no termo $O[(\Delta x)^2]$:

$$\frac{d^2F(x)}{dx^2} = \frac{\left[F(x+\Delta x)+F(x-\Delta x)-2F(x)\right]}{(\Delta x)^2}+O\left[(\Delta x)^2\right]$$

□liminando-se o termo $O[(\Delta x)^2]$, a formulação desenvolvida permite escrever cada termo da equação da onda como em função dos termos discretos:

$$(P_{xx})^n_{i,j,k} = \frac{1}{12(\Delta x)^2}\left[-P^n_{i-2,j,k}+16(P^n_{i-1,j,k}+P^n_{i+1,j,k})-30P^n_{i,j,k}-P^n_{i+2,j,k}\right] \qquad (1.12)$$

$$\left(P_{yy}\right)^n_{i,j,k} = \frac{1}{12(\Delta y)^2}\left[-P^n_{i,j-2,k}+16(P^n_{i,j-1,k}+P^n_{i,j+1,k})-30P^n_{i,j,k}-P^n_{i,j+2,k}\right] \qquad (1.13)$$

$$(P_{zz})^n_{i,j,k} = \frac{1}{12(\Delta z)^2}\left[-P^n_{i,j,k-2}+16(P^n_{i,j,k-1}+P^n_{i,j,k+1})-30P^n_{i,j,k}-P^n_{i,j,k+2}\right] \qquad (1.14)$$

Após a eliminação do termo $O[(\Delta t)^2]$, o qual se refere ao erro da aproximação de segunda ordem, a derivada temporal pode ser representada por:

$$(P_{tt})_{i,j,k}^{n} = \frac{1}{(\Delta t)^2}\left[P_{i,j,k}^{n-1} - 2P_{i,j,k}^{n} + P_{i,j,k}^{n+1}\right] \tag{1.15}$$

Com os termos da equação da onda discretizados, torna-se possível calcular o campo de onda futuro (instante $n+1$) em função do instante anterior $(n-1)$ e presente (n), obtendo-se assim, o campo de onda propagado em todos os pontos da malha e todos os tempos da malha.

1.2. Equação da Onda Acústica 3D Discretizada

Substituindo os as expressões (1.12), (1.13), (1.14) e (1.15) na equação da onda (1.1), reorganizando a equação e isolando o termo $P_{i,j,k}^{n+1}$, obtém-se o seguinte operador acústico para três dimensões:

$$\begin{aligned} P_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{12}\Bigg[& \left(V_{i,j,k}\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \left[P_{i-2,j,k}^{n} - 16(P_{i-1,j,k}^{n} + P_{i+1,j,k}^{n}) + 30P_{i,j,k}^{n} - P_{i+2,j,k}^{n}\right] \\ & + \left(V_{i,j,k}\frac{\Delta t}{\Delta y}\right)^2 \left[P_{i,j-2,k}^{n} - 16(P_{i,j-1,k}^{n} + P_{i,j+1,k}^{n}) + 30P_{i,j,k}^{n} + P_{i,j+2,k}^{n}\right] \\ & + \left(V_{i,j,k}\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 \left[P_{i,j,k-2}^{n} - 16(P_{i,j,k-1}^{n} + P_{i,j,k+1}^{n}) + 30P_{i,j,k}^{n} + P_{i,j,k+2}^{n}\right]\Bigg] \\ & + 2P_{i,j,k}^{n} - P_{i,j,k}^{n-1} + f^{n}\delta(i-i_f)\delta(j-j_f)\delta(k-k_f). \end{aligned} \tag{1.16}$$

Onde, $P_{i,j,k}^{n-1}$ representa o campo no instante anterior, $P_{i,j,k}^{n}$ no instante presente e $P_{i,j,k}^{n+1}$ é o campo em um instante posterior.

□aso a mal□a utili□ada se□a uniforme ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$), a equação (1.16) pode ser simplificada para:

$$P_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{12} C_{i,j,k} \Big[\Big[P_{i-2,j,k}^{n} + P_{i+2,j,k}^{n} + P_{i,j-2,k}^{n} + P_{i,j+2,k}^{n} + P_{i,j,k-2}^{n} + P_{i,j,k+2}^{n} - 16\left(P_{i-1,j,k}^{n} + P_{i+1,j,k}^{n} + P_{i,j-1,k}^{n} + P_{i,j+1,k}^{n} + P_{i,j,k-1}^{n} + P_{i,j,k+1}^{n}\right) + 90 P_{i,j,k}^{n} \Big] \Big] + 2P_{i,j,k}^{n} - P_{i,j,k}^{n-1} + f^{n}\delta(i - i_f)\delta(j - j_f)\delta(k - k_f) \quad (1.17)$$

onde

$$C_{i,j,k} = \left(\frac{V_{i,j,k}\Delta t}{h}\right)^2 \quad (1.18)$$

2. □onte

A simulação da fonte s□smica na modelagem computacional é um assunto que requer atenção. □os levantamentos s□smicos reais, terrestre ou mar□timo, são utili□adas fontes com freq□□ncias espec□ficas. □ara simular a propagação do campo de onda, é necessário fa□er algumas considerações a respeito da fonte, para que a mesma possa contemplar, de certa maneira, os efeitos de uma fonte real (□osta, 2□□6 □61□):

- É necessário que a função fonte se□a limitada[1] no dom□nio da freq□□ncia para ser poss□vel controlar a freq□□ncia de corte.
- É preciso que a função fonte se□a limitada no dom□nio do tempo para que se□a poss□vel simular uma fonte explosiva.

[1] □imitada no sentido de ser nula para qualquer ponto fora de uma espec□fica região de interesse.

□ara a simulação da fonte, foi utili□ada a derivada segunda da função □aussiana introdu□ida por □un□a (1□□□) □34□:

$$f(t) = [1 - 2\pi(\pi.f_c.t)^2]e^{-\pi(\pi.f_c.t)^2} \quad (2.1)$$

onde f_c é a freq□□ncia central, definida por $f_c = \frac{f_{corte}}{3\sqrt{\pi}}$, e □representa o tempo.

A discreti□ação da função fonte deve ser analisada de forma especial para que s□ existam valores positivos de □. □ara tal, a função fonte será discreti□ada considerando-se $t = (n-1)\Delta t - TF$, na qual, n é o passo de tempo do algoritmo, Δt é o incremento temporal e □F é o per□odo da função □aussiana (□ilva, 2□□2 □65□).

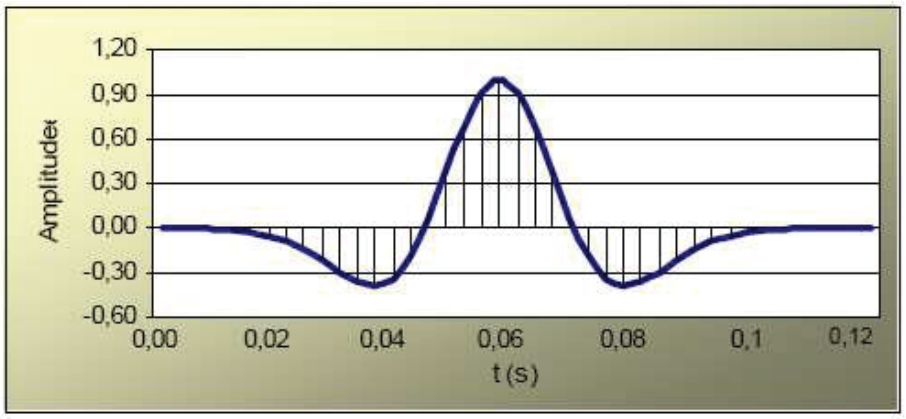


Figura 3.1: Assinatura da derivada segunda da □aussiana com freq□□ncia de 6□□□ (Adaptado de □osta (2□□6) □61□)

3. □ondiç□es de Esta□i□idade e □ão□Dis□ersão □u□□ricas

□omo mencionado anteriormente, o □étodo das □iferenças Finitas é a opção mais utili□ada para a modelagem da propagação do campo de ondas. □ntretanto, por ser um método que manipula aproximações, possui um percentual de erro intr□nseco □ sua solução. É necessário fa□er uma análise cuidadosa da relação entre os intervalos de discreti□ação (intervalos espaciais $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ e temporais (Δt) da mal□a), a velocidade

máxima e m□nima e a freq□□ncia máxima utili□adas. □sta análise tem como ob□etivo minimi□ar a dispersão numérica e garantir a estabilidade algoritmo.

A *d*□□□□□□□□□□□□ □□□□ pode ser compreendida como a variação na velocidade de acordo com a dimensão da mal□a. □ste problema se manifesta como oscilações temporais do pulso s□smico. A expressão a seguir, relaciona o maior espaçamento da mal□a, a menor velocidade registrada e a freq□□ncia máxima (□ ufti, 1□□□ 63□):

$$\Delta d \leq \frac{V_{min}}{\alpha . f} \tag{3.1}$$

onde:

- $\Delta d = \max\{\Delta z, \Delta y, \Delta z\}$□
- V_{min} é a menor velocidade registrada na modelo□
- f é a freq□□ncia máxima□
- α é o n□mero máximo de amostras por comprimento de onda (valor □timo encontrado empiricamente: $\alpha = 5$)

□ara o caso $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$, a expressão (4.1) pode ser simplificada para:

$$h \leq \frac{V_{min}}{\alpha . f} \tag{3.2}$$

Outro fator que deve ser considerado é a □□□□□□□*d* □*d*□□□□ □□□□. A estabilidade de um algoritmo está relacionada com a diferença entre as soluções te□rica e numérica. □o caso da equação da onda, se durante todo o instante de propagação do campo esta diferença for limitada, então, isto significa que o algoritmo é numericamente estável.

□onsiderando para algoritmo, com aproximações de quarta ordem espacial e segunda ordem temporal (utili□ado neste trabal□o), uma mal□a paralelepipédica, a condição de estabilidade pode ser definida pela expressão abaixo (□ ufti, 1□□□ □63□):

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{\beta . V_{max}} \tag{3.3}$$

onde,

- $\Delta l = \min\{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}$
- V_{max} representa a máxima velocidade registrada no modelo□
- β representa o n□mero máximo de amostras por comprimento de onda (valor □timo encontrado empiricamente: $\beta = 5$)

□onsiderando a mal□a com espaçamento uniforme ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$), é poss□vel reescrever a expressão (4.3) como:

$$\Delta t = \frac{h}{\beta . V_{max}} \tag{3.4}$$

A condição de estabilidade pode ser interpretada como um controle para a simulação numérica. O intervalo de tempo entre dois passos deve possuir um valor que não permita que a frente de onda mais rápida se propague por uma dist□ncia superior ao espaçamento de células vi□in□as.

□. □ondiç□es de □ontorno□□u□er□cies □ão□□e□e□i□as

□omo o modelo geol□gico real não possui limitações ou fronteiras, ao simular a propagação da energia s□smica computacionalmente deve-se levar em consideração este

fato. □ara anular os efeitos das bordas (superf□cies, no caso 3□), são impostas condições de contorno para que não a□am reflexões nos limites do modelo sintético, visto que as informações dessas reflexões indese□áveis podem somar artefatos no resultado da modelagem. □eynolds (1□□□) □64□ e □er□an et al. (1□□5) □6□□ propuseram métodos, bastante utili□ados na modelagem s□smica 2□ e 3□, para solucionar este problema.

□eynolds prop□s em 1□□□ uma condição de borda não-reflexiva que visava anular os coeficientes de reflexão nas proximidades das bordas, de forma que, o campo de onda fosse absorvido nas duas □ltimas superf□cies em volta de todo o modelo.

□nicialmente, os operadores diferenciais parciais são fatorados:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)P(x,y,z,t) = 0 \qquad (4.1)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)P(x,y,z,t) = 0 \qquad (4.2)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)P(x,y,z,t) = 0 \qquad (4.3)$$

As expressões da forma

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)P(x,y,z,t) = 0 \qquad (4.4)$$

podem assumir:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right)P(x,y,z,t) = 0 \qquad (4.5)$$

ou

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right) P(x,y,z,t) = 0 \qquad (4.6)$$

Ambas as expressões representam condições de não-refletividade nas superfícies do modelo. Para compreender melhor o esquema de discretização destas, e de todas as outras quatro expressões, cada uma foi reescrita de forma apropriada:

- **Condição de superfície não reflexiva**

  - [illegible]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,j,k}^{n+1} = 0 \qquad (4.7)$$

    - Em diferenças finitas:

$$P_{i,j,1}^{n+1} = P_{i,j,1}^{n} + \frac{V\Delta t}{\Delta z}\left(P_{i,j,2}^{n} - P_{i,j,1}^{n}\right) \qquad (4.8)$$

  - [illegible]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,j,k}^{n+1} = 0 \qquad (4.9)$$

    - Em diferenças finitas:

$$P_{i,j,Nz}^{n+1} = P_{i,j,Nz}^{n} + \frac{V\Delta t}{\Delta z}\left(P_{i,j,Nz}^{n} - P_{i,j,Nz-1}^{n}\right) \qquad (4.10)$$

  - [illegible]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,j,k}^{n+1} = 0 \qquad (4.11)$$

    - Em diferenças finitas:

$$P_{1,j,k}^{n+1} = P_{1,j,k}^{n} + \frac{V\Delta t}{\Delta x}\left(P_{2,j,k}^{n} - P_{1,j,k}^{n}\right) \tag{4.12}$$

- [illegible]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,j,k}^{n+1} = 0 \tag{4.13}$$

  - [illegible]m diferenças finitas:

$$P_{Nx,j,k}^{n+1} = P_{Nx,j,k}^{n} - \frac{V\Delta t}{\Delta x}\left(P_{Nx,j,k}^{n} - P_{Nx-1,j,k}^{n}\right) \tag{4.14}$$

- [illegible] *F* [illegible]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,j,k}^{n+1} = 0 \tag{4.15}$$

  - [illegible]m diferenças finitas:

$$P_{i,1,k}^{n+1} = P_{i,1,k}^{n} + \frac{V\Delta t}{\Delta y}\left(P_{i,2,k}^{n} - P_{i,1,k}^{n}\right) \tag{4.16}$$

- [illegible]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial t}\right) P_{i,j,k}^{n+1} = 0 \tag{4.17}$$

  - [illegible]m diferenças finitas:

$$P_{i,Ny,k}^{n+1} = P_{i,Ny,k}^{n} + \frac{V\Delta t}{\Delta y}(P_{i,Ny,k}^{n} - P_{i,Ny-1,k}^{n} \tag{4.18}$$

Os operadores (4.[illegible]), (4.1[illegible]), (4.12), (4.14), (4.16) e (4.1[illegible]) representam as condições de contorno para superf[illegible]cies não-reflex[illegible]vas, obtidas através da discreti[illegible]ação por diferenças finitas, com aproximações de primeira ordem espacial e temporal.

□uscando atenuar ainda mais as reflexões das superf□cies limitantes do modelo, introdu□iu-se uma camada de amortecimento descrita por □er□an □□□□. (1□□5) □6□□.

O conceito desenvolvido por □er□an □□□□. (1□□5) □6□□, aborda a aplicação de um fator de absorção que, a cada interação, redu□ gradativamente as amplitudes das ondas em uma faixa pr□xima aos limites do modelo.

□rimeiramente, são definidas áreas com largura Na nas faces do modelo, que atuarão como regiões absorvedoras de energia. □uando o campo de onda se propagar em direção □s bordas e atingir a região especificada, o termo atenuador amortecerá esse campo de onda, redu□indo sua amplitude.

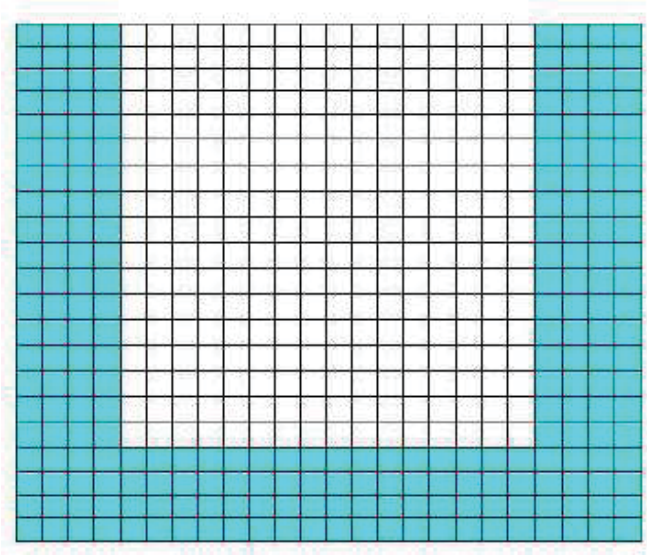


Figura 4.1: □lustração da região de amortecimento introdu□ida por □er□an □□□□. (1□□5) □6□□: considerando cada face do modelo com esta caracter□stica atenuadora, é poss□vel redu□ir os efeitos das bordas na modelagem 3□.

O fator para atenuar o campo de pressão nas faces do modelo é dado por (□er□an □□□□., 1□□5 □6□□):

$$w(k) = \exp\left[-\left(fat(n_{amort} - k)\right)^2\right] \tag{4.19}$$

no qual:

- □ é o fator multiplicativo para atenuar o campo de pressão□
- □é o □ndice que indica a dist□ncia de determinado ponto em relação □borda do modelo□
- □□□é o fator de amortecimento□
- n_{amort} é o n□mero de pontos da mal□a para a camada de amortecimento.

A□□ndice □

1. □ ode□a□e□ E□□stica 3D

A modelagem s□smica tem sido utili□ada para auxiliar a interpretação dos dados de campo através da geração de dados sintéticos □ dados de extrema utilidade para a aplicação de técnicas e par□metros de aquisição □ visando ampliar o n□vel de con□ecimento a respeito da propagação das ondas em meios espec□ficos.

□ma das dificuldades na manipulação e con□ecimento mais profundo a respeito da geologia pode ser caracteri□ada pela complexidade da estrutura, que pode possuir par□metros de caracteri□ação bastante variáveis. □ara a modelagem s□smica sintética, são impostas algumas simplificações quanto □s verdadeiras propriedades dos meios, devido □ impossibilidade dos métodos numéricos serem eficientes na contemplação de todas as propriedades de propagação na Terra.

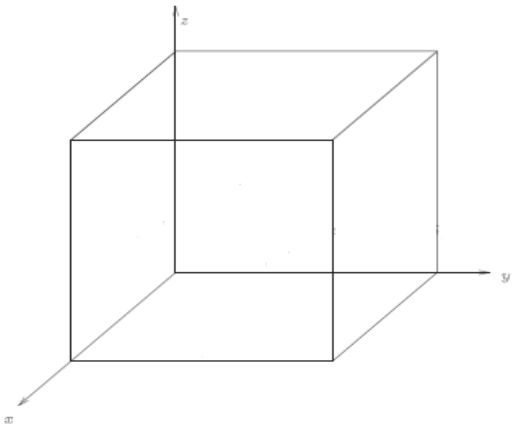
A modelagem elástica é capa□ de oferecer informações adicionais sobre a estrutura em subsuperf□cie. □stas informações são essenciais quando o ob□etivo é a modelagem de reservat□rios, onde as caracter□sticas elásticas das roc□as (como densidade, velocidade das ondas compressionais (□) e cisal□antes (□)) permitem um mel□or entendimento da propagação das ondas s□smicas nesse meio. □ale ressaltar que, em um levantamento s□smico real, grande parte dos dados f□sicos das roc□as é obtida a partir da análise de reservat□rios pré-existentes, intensificando a utili□ação modelagem elástica na abordagem geof□sica (□assos, 1□□□6□).

Apesar do meio de propagação ser considerado isotr□pico[2], é importante ressaltar quer grande parte é caracteri□ado pela anisotropia[3], fato que é negligenciado, em parte, pela complexidade matemática atribu□da a implementação das equações. A isotropia é mais utili□ada por ser um caso espec□fico, mais simples, da anisotropia (□osa Fil□o, 2□□2 □6□).

A modelagem para a propagação de ondas em meios elásticos isotr□picos foi reali□ada através do □étodo das □iferenças Finitas (□ □F) com aproximações de quarta ordem espacial e segunda ordem temporal, utili□ando o conceito de mal□a intercalada. Os operadores elásticos são calculados a partir da expansão da série de Taylor em valores fracionários.

2. Equação da Onda E□□stica 3D □ara □ eios □sotr□□icos

□m meio elástico pode ser definido como aquele que, ap□s a aplicação de um esforço, deforma-se proporcionalmente (de acordo com a lei de □oo□e[4]), restaurando a sua forma ap□s a remoção das forças externas.



[2] As propriedades f□sicas não dependem da direção de propagação, são as mesmas em qualquer direção.
[3] As propriedades f□sicas do meio variam de acordo com a direção de propagação.
[4] A tensão resultante (τ) da aplicação de uma força em um material é diretamente proporcional □ sua deformação, isto é: $\tau = E.\varepsilon$, onde □ é o m□dulo de elasticidade (representando uma relação de proporcionalidade entre esforços e deformações).

Figura 1.1.1: □onfiguração para o desenvolvimento da formulação da equação da onda elástica isotr□pica. (Fernandes, 1□□5 □66□)

□ara o desenvolvimento da formulação da equação, considerou-se um meio de caráter elástico, sendo este representado por um paralelep□pedo como na figura 1.1.1. □onsiderando a variação de tensão desse paralelep□pedo, o ob□etivo é encontrar expressões que representem a força que atua em cada plano (*xx*□□□□□□□□□*x* □□*x* □□□□) desse meio.

As equações que regem o fen□meno de propagação de ondas para determinado ponto material em um meio elástico podem ser representadas em termos tensoriais como (□raff, 1□□5 □6□□):

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \tau_{ij,j} + \rho f_i$$

$$\tau_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk}\, \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}\,,$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right) \quad \text{e} \qquad (2.1)$$

$$\omega = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} - u_{j,i}\right),$$

onde:

- ✓ □□ representa o vetor de deslocamentos de um ponto meio□
- ✓ $\tau_{i□}$ representa o tensor de tensões. □sse tensor é considerado simétrico, ou se□a, $\tau_{i□} = \tau_{i□}$
- ✓ $\varepsilon_{i□}$ e $\omega_{□□}$ representam, respectivamente, os tensores de deformação e de rotação□
- ✓ δ_{ij} representa a função □elta de □ronec□er[5]□

[5] $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, para\ i = j \\ 0, para\ i \neq j \end{cases}$

- ✓ ρ expressa a densidade por unidade de volume□
- ✓ □ representa um vetor contendo as forças por unidade de massa do meio□
- ✓ λ e μ são as constantes elásticas do meio, denominadas par□metros de □am□

As expressões (2.1) serão manipuladas matematicamente, para a obtenção das expressões representativas da propagação do campo de onda elástico isotr□pico 3□. □e forma geral, as velocidades de propagação das ondas s□smicas nas roc□as dependem das propriedades elásticas dos elementos que compõem a roc□a. □esta forma, nas equações (2.2) são expressas as velocidades das ondas compressionais (□□) e cisal□antes (□□) em função dos par□metros de □am□:

$$V_P = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} \qquad V_S = \sqrt{\mu/\rho} \tag{2.2}$$

As equações governantes em termos dos deslocamentos são obtidas substituindo a expressão para a tensão na relação tensão-deformação (2.1). □stas substituições resultam nas □□□□□□□□*d*□□ □□□□ □□□□, c□amadas de equações de □□□□□:

$$(\lambda + \mu)u_{j,ji} + \mu u_{i,jj} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \tag{2.3}$$

A expressão vetorial equivalente □equação (2.3) é dada por:

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} + \mu\nabla^2 + \rho\mathbf{f} = \rho\ddot{\mathbf{u}} \tag{2.4}$$

□m termos de notação escalar para tr□s dimensões (3□), em coordenadas retangulares, pode-se representar as equações do movimento como:

$$(\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right) + \mu\nabla^2 u + \rho f_x = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2.5}$$

$$(\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z}\right) + \mu\nabla^2 v + \rho f_y = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{2.6}$$

$$(\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \mu\nabla^2 w + \rho f_z = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{2.7}$$

onde □□□e □ são os deslocamentos da part□cula nas direções x, y e □, respectivamente.

□tili□ando a equação (2.5), na qual se encontra a derivada segunda do deslocamento das part□culas na direção x em relação ao tempo, pode-se reescrev□-la da seguinte forma:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right) + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \qquad (2.8)$$

□eorgani□ando e agrupando os termos com derivadas do deslocamento na direção x em relação □x, a equação (2.□) obtém-se:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[(\lambda + 2\mu)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right] + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right)$$
$$+ \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \qquad (2.9)$$

Agrupando os termos com derivadas parciais em relação □x e os termos com o par□metro μ, tem-se que:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[(\lambda + 2\mu)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]$$
$$+ \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \qquad (2.10)$$

A seguir, são destacados os termos que possuem derivadas parciais em relação □ direção y e □direção □:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right] \qquad (2.11)$$

□ara meios elásticos isotr□picos, os tensores relacionados □s tensões, podem ser definidos em função do par□metro de □am□(λ) e do m□dulo de cisal□amento (μ) como:

$$\tau_{xx} = (\lambda+2\mu)\frac{\partial u}{\partial x}+\lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right) \qquad (2.12)$$

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (2.13)$$

$$\tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right) \qquad (2.14)$$

□ubstituindo-se as relações (2.12), (2.13) e (2.14) na equação (2.11), tem-se que:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \qquad (2.15)$$

□xplicitando o □aplaciano da equação (2.6), encontra-se a expressão (2.16), abaixo:

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \qquad (2.16)$$

□solando-se os termos com derivadas do deslocamento na direção y em relação □ y, a equação (2.16) fica:

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left[(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right] + (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z}\right)$$

$$+ \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \quad (2.17)$$

Colocando-se em evidência os termos com derivadas parciais em relação à y e os termos com o parâmetro μ, tem-se que:

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left[(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]$$

$$+ \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \quad (2.18)$$

Em seguida, são destacados os termos de derivadas parciais em relação à direção x e à direção z:

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] \quad (2.19)$$

Os tensores relacionados às tensões são definidos como:

$$\tau_{yy} = (\lambda+2\mu)\frac{\partial v}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \quad (2.20)$$

$$\tau_{yz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \quad (2.21)$$

O tensor τ_{xy} foi definido, anteriormente, na equação (2.13). Substituindo as relações (2.20), (2.21) e (2.13) na equação (2.1), tem-se que:

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (2.22)$$

□xplicitando o operador □aplaciano na equação (2.□), encontra-se a expressão (2.23), abaixo:

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial x}+\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \qquad (2.23)$$

□solando-se os termos com derivadas do deslocamento na direção □em relação □ □, a equação (2.23) pode ser reescrita como:

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+(\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial x}+\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial y}\right)$$
$$+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \qquad (2.24)$$

□olocando-se em evid□ncia os termos com derivadas parciais em relação □y e os termos com o par□metro μ, tem-se que:

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]$$
$$+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial x}+\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \qquad (2.25)$$

A seguir, são destacados os termos de derivadas parciais em relação □direção x e □direção □:

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] \qquad (2.26)$$

Os tensores relacionados □s tensões podem ser definidos como:

$$\tau_{zz} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial w}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \tag{2.27}$$

□a equação (2.14) foi definido o tensor τ_{xz} e na equação (2.21), o tensor τ_{yz}. □ubstituindo-se as relações (2.14), (2.21) e (2.2□) na equação (2.26), tem-se que:

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \tag{2.28}$$

□eunindo as equações (2.12), (2.13), (2.14), (2.15), (2.2□), (2.21), (2.22), (2.2□) e (2.2□), conclui-se que o sistema de equações representado por (2.5) (2.6) e (2.□) pode ser reescrito em função do deslocamento das part□culas e do tensor de tensões, resultando nas equações abaixo:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$

$$\tau_{xx} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{yy} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \tag{2.29}$$

$$\tau_{zz} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial w}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{yz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

□ste con□unto de equações pode ser transformado em um sistema de equações □iperb□lico de primeira ordem, que as reescreve em função das velocidades das part□culas e das derivadas temporais do tensor de tensões, formando as expressões representativas de cada componente espacial:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda\left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) \qquad (2.30)$$

$$\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = \mu\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = \mu\left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial t} = \mu\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)$$

onde v_x, v_y e v_z representam as velocidades das partículas, respectivamente, ao longo das direções das coordenadas x, y e z.

2.1. Formulação para os Operadores Discretos Espaciais e Temporais

Para realizar a modelagem, o sistema de equações hiperbólico em primeira ordem obtido em termos das velocidades das partículas, expresso na equação (2.1), deve ser discretizado pelo Método de Diferenças Finitas. As aproximações escolhidas são de segunda ordem para as derivadas temporais e quarta ordem para as derivadas espaciais.

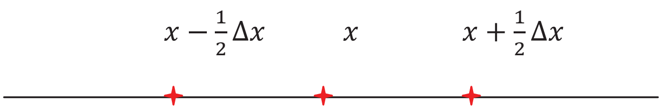
O primeiro passo é escolher a malha numérica. Caso o tipo escolhido seja a malha simples, é possível que o resultado da modelagem seja insatisfatório, possuindo bastante dispersão numérica e instabilidade. Apesar da realização de um grande refinamento dessa malha ser uma possível solução, o grande volume de dados torna esse processo inviável em aspectos computacionais. Para contornar este problema – isto é, aumentar a precisão dos cálculos e a estabilidade do algoritmo – fez-se uso das malhas intercaladas.

Assim como na modelagem acústica, para facilitar a discretização foi considerada a seguinte notação:

$$\begin{cases} x = i\Delta x, i = 1, 2, 3, \dots, Nx \\ y = j\Delta y, j = 1, 2, 3, \dots, Ny \\ z = k\Delta z, k = 1, 2, 3, \dots, Nz \\ t = n\Delta t, n = 1,2,3, \dots, Nt \end{cases}$$

A seguir, será apresentado um breve desenvolvimento para a formulação de malhas intercaladas, baseada em Levander (1988) [36], expandindo-se a série de Taylor

em valores fracionários para uma função genérica *F*, fa[illegible]endo-se uso do [illegible] *d* [illegible] *d* [illegible] *d* [illegible][6].



$$F\left(x+\frac{1}{2}\Delta x\right) = F(x) + \frac{\Delta x}{2}\frac{\partial F(x)}{\partial x} + \frac{1}{2!}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{3!}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^3 \frac{\partial^3 F(x)}{\partial x^3} + \frac{1}{4!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^4 \frac{\partial^4 F(x)}{\partial x^4} + O[(\Delta x)^5] \quad (2.31)$$

$$F\left(x-\frac{1}{2}\Delta x\right) = F(x) - \frac{\Delta x}{2}\frac{\partial F(x)}{\partial x} + \frac{1}{2!}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} - \frac{1}{3!}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^3 \frac{\partial^3 F(x)}{\partial x^3} + \frac{1}{4!}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^4 \frac{\partial^4 F(x)}{\partial x^4} - O[(\Delta x)^5] \quad (2.32)$$

$$F\left(x+\frac{3}{2}\Delta x\right) = F(x) + \frac{3\Delta x}{2}\frac{\partial F(x)}{\partial x} + \frac{1}{2!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^2 \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{3!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^3 \frac{\partial^3 F(x)}{\partial x^3} + \frac{1}{4!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^4 \frac{\partial^4 F(x)}{\partial x^4} + O[(\Delta x)^5] \quad (2.33)$$

$$F\left(x-\frac{3}{2}\Delta x\right) = F(x) - \frac{3\Delta x}{2}\frac{\partial F(x)}{\partial x} + \frac{1}{2!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^2 \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} - \frac{1}{3!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^3 \frac{\partial^3 F(x)}{\partial x^3} + \frac{1}{4!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^4 \frac{\partial^4 F(x)}{\partial x^4} - O[(\Delta x)^5] \quad (2.34)$$

[illegible]ara encontrar os operadores discretos, é necessário definir uma representação para a derivada de primeira ordem. [illegible]ara isto, as expressões (2.31), (2.32), (2.33) e (2.34) são manipuladas matematicamente:

- [illegible]ubtraindo a equação (2.31) com (2.32), obtém-se:

---

[6] $\left[\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=i} = \frac{1}{2\Delta x}(f_{i+1} - f_{i-1})\right]$

$$F\left(x+\frac{1}{2}\Delta x\right)-F\left(x-\frac{1}{2}\Delta x\right)=\Delta x\frac{\partial F(x)}{\partial x}+\frac{2}{3!}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^3\frac{\partial^3 F(x)}{\partial x^3}+O[(\Delta x)^5] \quad (2.35)$$

- Repetindo este processo, faz-se a subtração de (2.33) com (2.34) :

$$F\left(x+\frac{3}{2}\Delta x\right)-F\left(x-\frac{3}{2}\Delta x\right)=3\Delta x\frac{\partial F(x)}{\partial x}+\frac{2}{3!}\left(\frac{3\Delta x}{2}\right)^3\frac{\partial^3 F(x)}{\partial x^3}+O[(\Delta x)^5] \quad (2.36)$$

- Multiplicando a equação (2.35) por 27 e subtraindo este resultado com (2.36) tem-se:

$$27\left[F\left(x+\frac{1}{2}\Delta x\right)-F\left(x-\frac{1}{2}\Delta x\right)\right]-\left[F\left(x+\frac{3}{2}\Delta x\right)-F\left(x-\frac{3}{2}\Delta x\right)\right]$$
$$=24\Delta x\frac{\partial F(x)}{\partial x}+O[(\Delta x)^5] \quad (2.37)$$

- Isolando a primeira derivada de $F(x)$ em relação a x em (2.37) obtém-se uma aproximação:

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x}=\frac{1}{\Delta x}\left\{\frac{9}{8}\left[F\left(x+\frac{1}{2}\Delta x\right)-F\left(x-\frac{1}{2}\Delta x\right)\right]\right.$$
$$\left.-\frac{1}{24}\left[F\left(x+\frac{3}{2}\Delta x\right)-F\left(x-\frac{3}{2}\Delta x\right)\right]\right\}+O[(\Delta x)^4] \quad (2.38)$$

A expressão (2.38) representa a aproximação de quarta ordem para a derivada. Para encontrar a aproximação de segunda ordem, dada pela expressão (2.39) a seguir, o processo é análogo. Basta truncar os termos de ordem superiores a dois na expressão (2.35).

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x}=\frac{1}{\Delta x}\left\{\left[F\left(x+\frac{1}{2}\Delta x\right)-F\left(x-\frac{1}{2}\Delta x\right)\right]\right\}+O[(\Delta x)^2] \quad (2.39)$$

Eliminando-se os termos $O[(\Delta x)^2]$ e $O[(\Delta x)^4]$ esta formulação permite reescrever cada elemento da equação da onda elástica em termos discretos.

2.2. Equação da Onda E□□stica Discreta

□onsiderando a formulação para mal□as intercaladas descrita em (2.3□) para derivadas espaciais, e (2.3□) para derivadas temporais, pode-se reescrever cada componente do sistema de equações responsáveis pela propagação da onda elástica em meios isotr□picos, com aproximações de quarta ordem no espaço e segunda ordem no tempo, em termos de diferenças finitas.

As derivadas dos tensores são reescritas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda\left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) \tag{2.40}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} = \frac{(\lambda+2\mu)}{\Delta x}\Bigg[\frac{9}{8}[V_x(i+1,j,k) - V_x(i,j,k)] - \frac{1}{24}[V_x(i+2,j,k) - V_x(i-1,j,k)]\Bigg] \\ + \lambda\Bigg[\frac{1}{\Delta y}\Bigg[\frac{9}{8}\big[V_y(i,j+1,k) - V_y(i,j,k)\big] \\ - \frac{1}{24}\big[V_y(i,j+2,k) - V_y(i,j-1,k)\big]\Bigg] \\ + \frac{1}{\Delta z}\Bigg[\frac{9}{8}[V_z(i,j,k+1) - V_z(i,j,k)] \\ - \frac{1}{24}[V_z(i,j,k+2) - V_z(i,j,k-1)]\Bigg]\Bigg]\end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = \mu\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\right) \tag{2.42}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = \mu \left\{ \left[\frac{9}{8} \left[V_y(i,j,k) - V_y(i-1,j,k) \right] - \frac{1}{24} \left[V_y(i+1,j,k) - V_y(i-2,j,k) \right] \right] \right.$$
$$+ \left[\frac{9}{8} \left[V_x(i,j+1,k) - V_x(i,j,k) \right] \right.$$
$$\left. \left. - \frac{1}{24} \left[V_x(i,j+2,k) - V_x(i,j-1,k) \right] \right] \right\} \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = \mu \left\{ \left[\frac{9}{8} \left[V_z(i,j,k) - V_z(i-1,j,k) \right] - \frac{1}{24} \left[V_z(i+1,j,k) - V_z(i-2,j,k) \right] \right] \right.$$
$$+ \left[\frac{9}{8} \left[V_x(i,j,k+1) - V_x(i,j,k) \right] \right.$$
$$\left. \left. - \frac{1}{24} \left[V_x(i,j,k+2) - V_x(i,j,k-1) \right] \right] \right\} \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial t} = \mu \left\{ \left[\frac{9}{8} \left[V_z(i,j,k) - V_z(i,j-1,k) \right] - \frac{1}{24} \left[V_z(i,j+1,k) - V_z(i,j-2,k) \right] \right] \right.$$
$$+ \left[\frac{9}{8} \left[V_y(i,j,k+1) - V_y(i,j,k) \right] \right.$$
$$\left. \left. - \frac{1}{24} \left[V_y(i,j,k+2) - V_y(i,j,k-1) \right] \right] \right\} \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\Delta y}\Bigg[&\frac{9}{8}\left[V_y(i, j+1, k) - V_y(i, j, k)\right] - \frac{1}{24}\left[V_y(i, j+2, k) - V_y(i, j-1, k)\right]\Bigg] \\ &+ \lambda\Bigg[\frac{1}{\Delta y}\Bigg[\frac{9}{8}\left[V_x(i+1, j, k) - V_x(i, j, k)\right] \\ &- \frac{1}{24}\left[V_x(i+2, j, k) - V_y(i-1, j, k)\right]\Bigg] \\ &+ \frac{1}{\Delta z}\Bigg[\frac{9}{8}\left[V_z(i, j, k+1) - V_z(i, j, k)\right] \\ &- \frac{1}{24}\left[V_z(i, j, k+2) - V_z(i, j, k-1)\right]\Bigg]\Bigg]\end{aligned} \tag{2.49}$$

$$\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}\right) \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\Delta x}\Bigg[&\frac{9}{8}\left[V_x(i+1, j, k) - V_x(i, j, k)\right] - \frac{1}{24}\left[V_x(i+2, j, k) - V_x(i-1, j, k)\right]\Bigg] \\ &+ \lambda\Bigg[\frac{1}{\Delta y}\Bigg[\frac{9}{8}\left[V_y(i, j+1, k) - V_y(i, j, k)\right] \\ &- \frac{1}{24}\left[V_y(i, j+2, k) - V_y(i, j-1, k)\right]\Bigg] \\ &+ \frac{1}{\Delta z}\Bigg[\frac{9}{8}\left[V_z(i, j, k+1) - V_z(i, j, k)\right] \\ &- \frac{1}{24}\left[V_z(i, j, k+2) - V_z(i, j, k-1)\right]\Bigg]\Bigg]\end{aligned} \tag{2.51}$$

As expressões das derivadas das velocidades são definidas como segue:

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \left\{\frac{9}{8}[V_x(i,j+1,k) - V_x(i,j,k)] - \frac{1}{24}[V_x(i,j+2,k) - V_x(i,j-1,k)]\right\} \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = \left\{\frac{9}{8}\left[V_y(i,j,k) - V_y(i-1,j,k)\right] - \frac{1}{24}\left[V_y(i+1,j,k) - V_y(i-2,j,k)\right]\right\} \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} = \left\{\frac{9}{8}[V_x(i,j,k+1) - V_x(i,j,k)] - \frac{1}{24}[V_x(i,j,k+2) - V_x(i,j,k-1)]\right\} \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial x} = \left\{\frac{9}{8}[V_z(i,j,k) - V_z(i-1,j,k)] - \frac{1}{24}[V_z(i+1,j,k) - V_z(i-2,j,k)]\right\} \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = \left\{\frac{9}{8}\left[V_y(i,j,k+1) - V_y(i,j,k)\right] - \frac{1}{24}\left[V_y(i,j,k+2) - V_y(i,j,k-1)\right]\right\} \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial y} = \left\{\frac{9}{8}[V_z(i,j,k) - V_z(i,j-1,k)] - \frac{1}{24}[V_z(i,j+1,k) - V_z(i,j-2,k)]\right\} \quad (2.57)$$

□ara obter as derivadas relacionadas □ velocidade com respeito ao tempo basta substituir os termos dos tensores, descritos nas expressões (2.41), (2.43), (2.45), (2.4□), (2.4□) e (2.51) nas seguintes expressões a seguir:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right) \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}\right) \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right) \quad (2.60)$$

Finali□ando, desta maneira, a representação das equações discreti□adas que regem o fen□meno de propagação do campo de onda elástico.